



# Comportement au choc de matériaux composites pour applications automobiles

Bénédicte Bonnet

## ► To cite this version:

Bénédicte Bonnet. Comportement au choc de matériaux composites pour applications automobiles. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2005. Français. NNT : . tel-00152868

**HAL Id: tel-00152868**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00152868>**

Submitted on 7 Jun 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE DES MINES  
DE PARIS

Collège doctoral



N° attribué par la bibliothèque

\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_/

# THESE

pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris**  
Spécialité "Sciences et Génie des Matériaux"

présentée et soutenue publiquement par

**Bénédicte BONNET**

le 26 Avril 2005

<p><b>COMPORTEMENT AU CHOC DE MATERIAUX COMPOSITES</b></p> <p><b>POUR APPLICATIONS AUTOMOBILES</b></p>
--

*Directeurs de thèse : Jacques RENARD et Alain THIONNET*

## Jury

M. C. HOCHARD	LMA, Marseille	Rapporteur
M Y. REMOND	Université Louis Pasteur, ECPM et IMFS, Strasbourg	Rapporteur/Président
M. V. GANTCHENKO	SUPMECA, Saint-Ouen	Examineur
M. P. LE BOT	PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR	Examineur
M. J. RENARD	Ecole des Mines de Paris	Directeur de thèse
M. A. THIONNET	Ecole des Mines de Paris	Directeur de thèse

**Centre des Matériaux P.M. Fourt de l'Ecole des Mines de Paris,**  
**B.P. 87, 91003 Evry Cedex**

---



A la mémoire de mon grand-père Henry Bouissou.

J'aurais été fier de lui présenter cette thèse.



## REMERCIEMENTS

On ne fait pas une thèse tout seul, loin de là ... aussi je voudrais profiter de ce manuscrit pour remercier tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à ce travail.

Je voudrais tout d'abord remercier les membres du jury pour l'attention qu'ils ont portée à mon travail et pour les échanges scientifiques qui ont pu en découler avant ou pendant la soutenance.

Un grand merci ensuite à PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR pour m'avoir donné l'opportunité de travailler sur un sujet concret et motivant. Je voudrais remercier tous ceux que avec qui j'ai pu travailler à Oyonnax ou Sainte-Julie et en particulier Jérôme Grando, Pascal Carrier et Philippe Le Bot qui ont suivi tour à tour avec soin cette étude ... Mention spéciale à Philippe qui a repris le suivi de la thèse dans la dernière ligne droite et s'est beaucoup investi dans ce sujet même si ce n'était pas son domaine scientifique de prédilection. Je le remercie donc pour nos échanges et sa bonne humeur !

Je voudrais également remercier ici Patrick Racimor qui nous a fort bien accueillis à la SME pour la réalisation des essais de traction à vitesse rapide. Sans cela, la thèse aurait été un peu bancal !

Vient ensuite le centre des matériaux dans tout son ensemble ...

Pour ce cadre de travail fort agréable qui m'a permis de passer trois années très riches , je voudrais en premier lieu remercier son directeur Jean-Pierre Trottier. Merci aussi à Liliane Locicero pour son efficacité et les footings fort sympathiques dans la forêt de Sénart !

Ensuite, j'ai eu la chance d'être doublement encadrée dans cette thèse... Merci Jacques Renard qui a été le moteur de cette étude, le garant des objectifs à atteindre. Ses remarques tout au long de ces trois ans m'ont permis de prendre du recul. Un grand grand merci aussi à Alain Thionnet pour sa disponibilité, sa patience, son goût pour la mécanique qu'il a su me transmettre et beaucoup d'autres choses encore !

Merci ensuite à Yves Favry pour son amitié, son savoir-faire dont j'ai largement pu profiter et les 100000 jauges (au moins !) qu'on a collées ensemble. Pour la partie expérimentale de cette thèse, je dois également beaucoup à Jean-Christophe Teissèdre. Sans son ingéniosité, la qualité des essais présentés ici n'aurait sans doute pas été la même ... Je garderai en mémoire le temps passé à la SME lors de cet été caniculaire à essayer par tous les moyens d'améliorer le montage grande vitesse. Merci pour les barres de céréales et le taxi gratuit pour rentrer à Paris quand la santé faisait défaut !

Durant cette thèse, j'ai eu la chance de travailler avec trois étudiants en Mastere : Benoît Monget, Sébastien Joannes et Sébastien Karrer. Ca a été un véritable plaisir de travailler avec eux. Leur travail a énormément contribué à cette thèse ! Merci !

La partie numérique de ce travail a grandement bénéficié du dévouement de Jacques Besson. De tous mes passages dans son bureau avec toutes mes questions, je suis bien souvent ressortie avec une solution ! C'est inestimable ... Pour tous les petits coups de pouce dans l'utilisation de ZéBuLoN, je n'oublie pas non plus Farida Azzouz. Merci pour sa grande patience !

Et puis il y a eu d'autres coups de pouce non négligeables ... Merci à Joseph Valy et Alain Naslot qui ont reconditionné le conditionneur, à François Borit qui a relu ma thèse dans les moindres détails et à Odile Adam qui a vérifié toute ma biblio !

Je terminerai ce petit tour du centre par tous les autres : mes copines pour leur soutien et les discussions de filles (Alba, Sophie, Mélanie et Céline), tous ceux du coin café pour les blagues plus ou moins douteuses, les bonbons de toutes les régions et les séances de motivation (Anne, Michel, Anthony, Ludo, Seb. B, Christophe, Yann, Julien, Olivier, Géraldine, Julie, ...), ceux de l'autre côté (Jerôme, Anne-Sophie, Benoît, Isabelle R. , Alexansra A...), les capseurs (Melissa, Benj et tous ceux qui ont partagé ce bureau là !), enfin l'ensemble du personnel qui contribue à la dimension chaleureuse de ce centre de recherche.

Enfin merci à ma famille. Merci en particulier à mes parents qui sont là depuis le début et n'ont jamais cessé de me soutenir. Je leur dois beaucoup ... : une montagne d'encouragements et une grande tendresse. Merci à Mathieu qui a partagé courageusement le quotidien de ces trois années avec ses moments de joie mais aussi ses doutes. Merci enfin à Eloïse pour tout le bonheur qu'elle me donne et parce qu'elle a été à l'origine d'un grand tournant dans cette thèse et d'un regain de motivation !

# TABLE DES MATIERES

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>PARTIE 1 – CADRE DE LA THESE.....</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre 1 – Contexte industriel de la thèse.....</b>	<b>9</b>
1 Les matériaux composites dans l'industrie automobile [Giocosa 1999].....	9
2 PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR (POAE) et le projet SAFFIR.....	10
3 Objectifs industriels de l'étude.....	11
<b>Chapitre 2 - Présentation des matériaux étudiés.....</b>	<b>13</b>
1 Introduction.....	13
2 Les constituants.....	14
2.1 Les fibres de verre.....	14
2.2 La matrice polypropylène.....	15
2.2.1 Propriétés physico-chimiques.....	15
2.2.2 Mécanismes de déformation des polymères semi-cristallins.....	15
3 Généralités sur le comportement mécanique des composites.....	17
3.1 Mécanismes d'endommagement dans les composites.....	17
3.2 Effets des grandes vitesses de sollicitation sur le comportement des matériaux composites.....	19
4 Le TWINTEX : un tissu verre/polypropylène.....	20
4.1 Elaboration du TWINTEX.....	20
4.2 Volume élémentaire représentatif (VER) du TWINTEX.....	21
5 Le PP-FVC : une matrice polypropylène renforcée de fibres de verre coupées.....	22
5.1 Elaboration des matériaux à matrice thermoplastique renforcée de fibres de verre coupées.....	22
5.2 Hétérogénéités microstructurales du PP-FVC.....	23
5.3 Volume élémentaire représentatif (V.E.R) du PP-FVC.....	25
<b>PARTIE 2 – ETUDE EXPERIMENTALE.....</b>	<b>27</b>
Préambule à l'étude expérimentale.....	29
<b>Chapitre 3 – Caractérisation en quasi-statique.....</b>	<b>31</b>
1 Introduction.....	31
2 Méthodes expérimentales.....	31
2.1 Essais réalisés et objectifs.....	31
2.2 Moyens d'essais.....	32
2.3 Eprouvettes de caractérisation.....	33



2.3.1	Eprouvettes de TWINTEX		33
2.3.2	Eprouvettes de PP-FVC	34	
2.3.3	Eprouvettes de matrice PP		35
2.4	Méthode d'exploitation des résultats		35
3	Résultats expérimentaux en quasi-statique.....		37
3.1	Caractérisation de la matrice		37
3.2	Caractérisation du TWINTEX		39
3.2.1	Caractérisation dans le sens chaîne		39
3.2.2	Caractérisation dans le sens trame		40
3.2.3	Caractérisation à 45° - Comportement en cisaillement		42
3.3	Caractérisation du PP-FVC		43
3.3.1	Caractérisation à 0° de la direction d'écoulement		44
3.3.2	Caractérisation à 90° de la direction d'écoulement		45
3.3.3	Caractérisation à 45° de la direction d'écoulement – Comportement en cisaillement		46
4	Conclusion.....		47
<b>Chapitre 4 – Caractérisation en dynamique.....</b>			<b>49</b>
1	Introduction .....		49
2	L'essai de traction à vitesse rapide ( ).....		49
2.1	Description du dispositif expérimental		49
2.2	Mesures des contraintes et des déformations		51
2.3	Les difficultés de l'essai de traction à vitesse rapide		51
2.4	Propagation des ondes de chargement et état de contraintes uniforme		52
2.4.1	Réflexion et transmission de l'onde de chargement en propagation viscoélastique		52
2.4.2	Simulation de l'essai de traction à vitesse rapide		54
2.4.3	Conclusions		55
3	Les essais de traction à 10 <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> et à 1 s <sup>-1</sup> .....		56
4	Résultats expérimentaux en dynamique.....		56
4.1	Caractérisation de la matrice		56
4.2	Caractérisation du TWINTEX		57
4.2.1	Caractérisation dans le sens chaîne		57
4.2.2	Caractérisation dans le sens trame		57
4.2.3	Caractérisation à 45° - Comportement en cisaillement		59
4.3	Caractérisation du PP-FVC		60
4.3.1	Caractérisation à 0° de la direction d'écoulement		60
4.3.2	Caractérisation à 90° de la direction d'écoulement		61
4.3.3	Caractérisation à 45° de la direction d'écoulement		62
5	Conclusion.....		63
Synthèse de l'étude expérimentale.....			65
<b>PARTIE 3 – MODELISATION.....</b>			<b>67</b>
<b>Chapitre 5 – Ecriture du modèle de comportement.....</b>			<b>69</b>
1	Introduction .....		69
2	Prise en compte des effets de la vitesse de déformation dans le comportement des matériaux : revue bibliographique.....		69
2.1	Lois de comportement ne prenant pas en compte l'endommagement		69
2.2	Lois de comportement prenant en compte l'endommagement		71
2.2.1	Différentes variables d'endommagement		71
2.2.2	Modèles de comportement cumulant endommagement et effets de la vitesse de déformation		72
3	Description du modèle de comportement retenu.....		73

3.1	Principes de construction d'une loi de comportement	73
3.2	Hypothèses générales pour la modélisation	75
3.2.1	Choix des variables d'état	74
3.2.2	Partition de la déformation et du potentiel d'état	76
3.2.3	Lois d'état	76
3.2.4	Second Principe de la Thermodynamique	77
3.3	Modélisation de l'endommagement	77
3.3.1	Modélisation de la fissuration	78
3.3.2	Modélisation de la rupture de fibres	87
3.3.3	Cumul de l'endommagement par fissuration intralaminare et par rupture de fibres : récapitulatif	90
3.4	Modélisation de la viscoélasticité	90
3.4.1	Potentiel d'état viscoélastique et évaluation de $\sigma^{ve}$	91
3.4.2	Vérification du second principe de la thermodynamique	91
3.5	Modélisation de la viscoplasticité	92
3.5.1	Contrainte équivalente – critère de plasticité	93
3.5.2	Potentiel d'état viscoplastique	93
3.5.3	Vérification du second principe de la thermodynamique	94
4	Simplification de la loi de comportement pour le PP-FVC	94
5	Conclusions	95
<b>Chapitre 6 – Implémentation du modèle de comportement</b>		97
1	Introduction	97
2	Intégration des lois d'évolution de la loi de comportement	98
3	Implémentation de deux schémas d'intégration	99
3.1	Variables à intégrer et variables auxiliaires	99
3.2	Intégration à l'aide de la méthode explicite de Runge-Kutta	100
3.3	Intégration à l'aide de la méthode implicite dite $\theta$ -method	102
3.3.1	Expression des résidus	102
3.3.2	Matrice jacobienne et matrice tangente	102
3.4	Simplification des schémas d'intégration dans le cadre de la modélisation du PP-FVC	105
3.4.1	Schéma explicite	105
3.4.2	Schéma implicite	105
4	Conclusion	106
<b>Chapitre 7 – Identification du modèle de comportement</b>		107
1	Introduction	107
2	Identification du comportement du TWINTEx	107
2.1	Particularités du comportement du TWINTEx	107
2.2	Résultats de l'identification	109
2.3	Commentaires	111
3	Identification du comportement du PP-FVC	115
3.1	Particularités du comportement du PP-FVC	115
3.2	Résultats de l'identification	116
3.3	Commentaires	116
4	Conclusion	120
<b>PARTIE 4 – VALIDATION</b>		121
<b>Chapitre 8 – Validation sur structures simples</b>		123
1	Introduction	123
2	Simulations d'essais de flexion	123
2.1	Description de l'essai et des éprouvettes	123

2.2	Mise en données de l'essai de flexion	123
2.3	Modélisation d'essais de flexion sur le TWINTEx	125
2.4	Modélisation d'essais de flexion sur le PP-FVC	125
3	Simulations de chocs multiaxiaux sur éprouvettes de TWINTEx.....	127
3.1	Description de l'essai et des éprouvettes	127
3.2	Mise en données de l'essai	127
3.3	Résultats	128
4	Conclusion.....	130
<b>Chapitre 9 – Calculs sur pièces industrielles.....</b>		<b>131</b>
1	Introduction .....	131
2	Simulation d'un choc à 5 km.h-1 sur une poutre d'absorption en TWINTEx.....	131
2.1	Présentation de l'essai	131
2.2	Mise en données de l'essai	131
2.3	Résultats	132
3	Sollicitations sur un quart avant en PP-FVC.....	133
3.1	Présentation de l'essai	133
3.2	Mise en données des essais	134
3.3	Résultats et commentaires	134
4	Conclusion.....	136
<b>Conclusions et perspectives.....</b>		<b>137</b>
<b>Bibliographie.....</b>		<b>143</b>
<b>ANNEXES.....</b>		<b>151</b>
<b>Annexe 1 – Microstructure du PP-FVC.....</b>		<b>153</b>
<b>Annexe 2 – Matrice jacobienne du comportement .....</b>		<b>159</b>

# QUELQUES NOTATIONS

$a$	Scalaire
$\underline{\underline{a}}$	Tenseur d'ordre 2
$\underline{\underline{\underline{a}}}$	Tenseur d'ordre 4
$\underline{a}$	Tenseur d'ordre $i$
$\dot{\underline{a}}$	$\dot{\underline{a}} = \frac{d\underline{a}}{dt}$ - Dérivée par rapport au temps de la variable $\underline{a}$
$\Delta \underline{a}$	Incrément de la variable $\underline{a}$
$\vec{a}$	Vecteur
$\underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{b}}$	$\underline{\underline{c}} = \underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{b}}$ avec $c_i = a_{ij} b_j$
$\underline{\underline{a}} : \underline{\underline{b}}$	$c = \underline{\underline{a}} : \underline{\underline{b}} = a_i b_i$ avec $c = a_i b_i$ - Produit scalaire
$\underline{\underline{\underline{a}}} \times \underline{\underline{\underline{b}}}$	$\underline{\underline{\underline{c}}} = \underline{\underline{\underline{a}}} \times \underline{\underline{\underline{b}}}$ avec $c_{ij} = a_{ik} b_{kj}$
$\underline{\underline{a}} \wedge \underline{\underline{b}}$	$\underline{\underline{\underline{c}}} = \underline{\underline{a}} \wedge \underline{\underline{b}}$ avec $c_{ij} = a_i b_j$
$\underline{\underline{\underline{I}}}$	Tenseur identité d'ordre 4
$\underline{\underline{0}}$	Tenseur nul d'ordre 2
$\underline{\underline{\underline{0}}}$	Tenseur nul d'ordre 4



# Introduction générale



# INTRODUCTION GENERALE

Dans le domaine automobile, la course aux économies d'énergie et aux limitations d'émissions de gaz polluants suscite un intérêt croissant de la part des constructeurs et équipementiers pour les matériaux légers. En parallèle, le souci constant de protéger automobilistes mais aussi piétons lors d'un choc, est à l'origine de normes de sécurité de plus en plus sévères.

Constitués de matériaux aux caractéristiques complémentaires, les composites apparaissent comme de bons candidats pour répondre à toutes ces exigences. Ils offrent en effet une faible densité, des propriétés mécaniques élevées et, de plus, présentent des propriétés intéressantes en terme d'absorption d'énergie.

En particulier, les matériaux composites à matrice polypropylène renforcée de fibres de verre continues ou coupées, sont désormais pressentis pour différentes applications automobiles structurelles ou semi-structurelles.

Cependant l'utilisation de ces matériaux est assujettie à la connaissance de leur comportement mécanique en statique comme en dynamique et également à la possibilité de le simuler. A l'heure actuelle, les équipes de conception de pièces automobiles structurelles sont confrontées à une carence d'informations. En conséquence, les résultats de simulation sont loin d'être satisfaisants à moins de recalculer les modèles numériques au cas par cas. Cela entraîne un surdimensionnement des structures et une perte des avantages liés à l'utilisation de matériaux composites.

En effet, force est de constater que l'on dispose de nombreuses études concernant la caractérisation et la modélisation du comportement en statique des matériaux composites à fibres continues mais que leur comportement dynamique est mal maîtrisé. De plus, le comportement des matrices organiques renforcées de fibres coupées est encore mal appréhendé en statique comme en dynamique.

Ce travail de thèse s'inscrit donc dans cette problématique : proposer un modèle de comportement fiable pour deux types de matériaux composites utilisés dans l'industrie automobile, pouvant être soumis à des sollicitations statiques et dynamiques. Pour atteindre cet objectif, différentes étapes sont nécessaires : caractériser le comportement mécanique de ces matériaux, écrire un modèle de comportement et mettre en place une procédure d'identification, réaliser enfin des essais de validation pour appréhender la pertinence de ce modèle.



C'est l'ensemble de cette démarche que nous présentons dans ce mémoire de thèse qui s'articule en quatre parties :

### ■ PARTIE 1 : CADRE DE LA THESE

La première partie porte sur la présentation du contexte industriel de la thèse et des deux matériaux étudiés.

Tout d'abord, le premier chapitre aborde brièvement les enjeux techniques et économiques de l'industrie automobile qui ont conduit la société PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR, équipementier, à développer récemment des pièces de structure en matériaux composites. Cette nouvelle activité a engendré un important besoin de modèles de prédiction du comportement de ces matériaux.

Le second chapitre présente les deux matériaux composites étudiés : le TWINTEX, un tissu verre-polypropylène et le PP-FVC, une matrice polypropylène renforcée de fibres de verre longues. Quelques pré-requis nécessaires à l'analyse de leur comportement macroscopique sont exposés : des généralités sur le comportement de leurs constituants (matrice polypropylène et fibres de verre), leur procédé d'élaboration et leur microstructure

### ■ PARTIE 2 : ETUDE EXPERIMENTALE

La deuxième partie est consacrée à l'étude expérimentale du comportement mécanique macroscopique des matériaux TWINTEX et PP-FVC. L'objectif est d'identifier et de quantifier les phénomènes dissipatifs au sein de ces matériaux et d'appréhender les effets dus à l'augmentation de la vitesse de sollicitation sur leur comportement.

Le premier chapitre porte sur l'étude expérimentale menée en quasi-statique, pour des vitesses de déformation inférieures à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Elle consiste en la réalisation d'essais de traction à différentes vitesses, d'essais de charge-décharge et d'essais de traction-compression. Elle s'accompagne également d'observations microscopiques afin d'examiner l'état d'endommagement des matériaux. Les non-linéarités du comportement sont analysées permettant de mettre en évidence, pour le matériau TWINTEX, des phénomènes d'endommagement par fissuration et par rupture de fibres, des phénomènes viscoélastiques, et enfin des phénomènes viscoplastiques lors de sollicitations hors axes. Pour le matériau PP-FVC, l'endommagement étant localisé dans la zone de rupture, les phénomènes dissipatifs prépondérants sont la viscoélasticité et la viscoplasticité.

Le second chapitre présente les résultats de la caractérisation du comportement du TWINTEX et du PP-FVC soumis à des essais de traction à vitesse rapide, la vitesse de déformation étant comprise entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . La complexité de cet essai a nécessité une étude préalable qui est également présentée. Cette campagne d'essais en dynamique permet d'analyser la saturation des phénomènes visqueux ainsi que l'évolution des propriétés à rupture lorsque la vitesse de sollicitation augmente.

### ■ PARTIE 3 : MODELISATION

La troisième partie propose un modèle de comportement unique permettant de prédire le comportement des matériaux TWINTEX et PP-FVC soumis à des sollicitations statiques et dynamiques.

Le premier chapitre présente le modèle, écrit dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus et basé sur une partition en trois de la déformation et du potentiel d'état. Ce modèle rend compte des phénomènes dissipatifs mis en évidence. Le modèle d'endommagement, actif uniquement pour le tissu, décrit la multiplication des fissures dans le pli ainsi que la rupture de fibres. Son écriture s'inspire de la modélisation de l'endommagement au sein d'un composite unidirectionnel. La modélisation de la viscoélasticité est basée sur l'écriture anisotrope du modèle de Zener. Enfin, la théorie de la viscoplasticité classique avec un écoulement de Norton, un critère de plasticité et un écrouissage cinématique non linéaire anisotropes, permet de traduire les phénomènes viscoplastiques.

Le deuxième chapitre expose l'implémentation du modèle dans le code de calcul ZéBuLoN grâce au pré-processeur Z-Front. Deux schémas, l'un explicite et l'autre implicite, permettent l'intégration de la loi de comportement.

Enfin, le dernier chapitre explique la procédure d'identification du modèle et présente les résultats pour les matériaux TWINTEX et PP-FVC.

### ■ PARTIE 4 : VALIDATION

L'objectif de la dernière partie est de présenter des essais de validation du modèle afin d'en étudier la pertinence.

Dans le premier chapitre, des essais sont réalisés sur structures simples.

Le second chapitre est consacré à la présentation de calculs sur pièces industrielles.

*Cette étude a été réalisée dans le cadre d'une convention CIFRE entre l'ANRT, PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR et le Centre des Matériaux de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.*



# Partie 1

## Cadre de la thèse

*Cette première partie porte sur la présentation du contexte industriel de la thèse et des deux matériaux étudiés.*

*Tout d'abord, le premier chapitre aborde brièvement les enjeux techniques et économiques de l'industrie automobile qui ont conduit la société PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR, équipementier, à développer récemment des pièces de structure en matériaux composites. Cette nouvelle activité a engendré un important besoin de modèles de prédiction du comportement de ces matériaux.*

*Le second chapitre présente les deux matériaux composites étudiés : le TWINTEx, un tissu verre-polypropylène et le PP-FVC, une matrice polypropylène renforcée de fibres de verre longues. Quelques prérequis nécessaires à l'analyse de leur comportement macroscopique sont exposés : des généralités sur le comportement de leurs constituants (matrice polypropylène et fibres de verre), leur procédé d'élaboration et leur microstructure*



# CHAPITRE 1

## CONTEXTE INDUSTRIEL

### 1 Les matériaux composites dans l'industrie automobile [Giocosa 1999]

Le marché automobile est un marché important pour l'industrie des matériaux. En Europe, environ 12 millions de véhicules, d'une masse moyenne de 1000 kg sont produits annuellement, soit 12 millions de tonnes de matériaux.

Si à ses débuts, il y a environ 100 ans, une automobile était constituée principalement de bois et d'acier, aujourd'hui elle rassemble de nombreux matériaux appartenant à différentes familles :

- matériaux ferreux : fontes, aciers, tôles (environ 70 % de sa masse) ;
- matériaux non ferreux : aluminium (fonte et tôle), cuivre, magnésium (environ 5 %) ;
- matériaux minéraux : verres, céramiques (environ 4 %) ;
- matériaux organiques : peintures, adhésifs, textiles, fluides, caoutchoucs, thermoplastiques et thermodurcissables renforcés ou non par des fibres (verre, carbone, aramide, naturelles) ou des charges minérales (environ 20 %).

Les matériaux organiques composites à matrice thermoplastique ou thermodurcissable renforcée par des fibres, généralement de verre, courtes ou longues ont fait leur apparition dans l'automobile durant les années 60-70. Même s'ils sont aujourd'hui utilisés presque exclusivement pour remplir certaines fonctions, leur taux d'utilisation ne dépasse pas 10 à 15 % selon les véhicules.

A priori, ces matériaux présentent en effet trois handicaps majeurs par rapport aux matériaux métalliques dans le cadre d'une utilisation dans le secteur automobile :

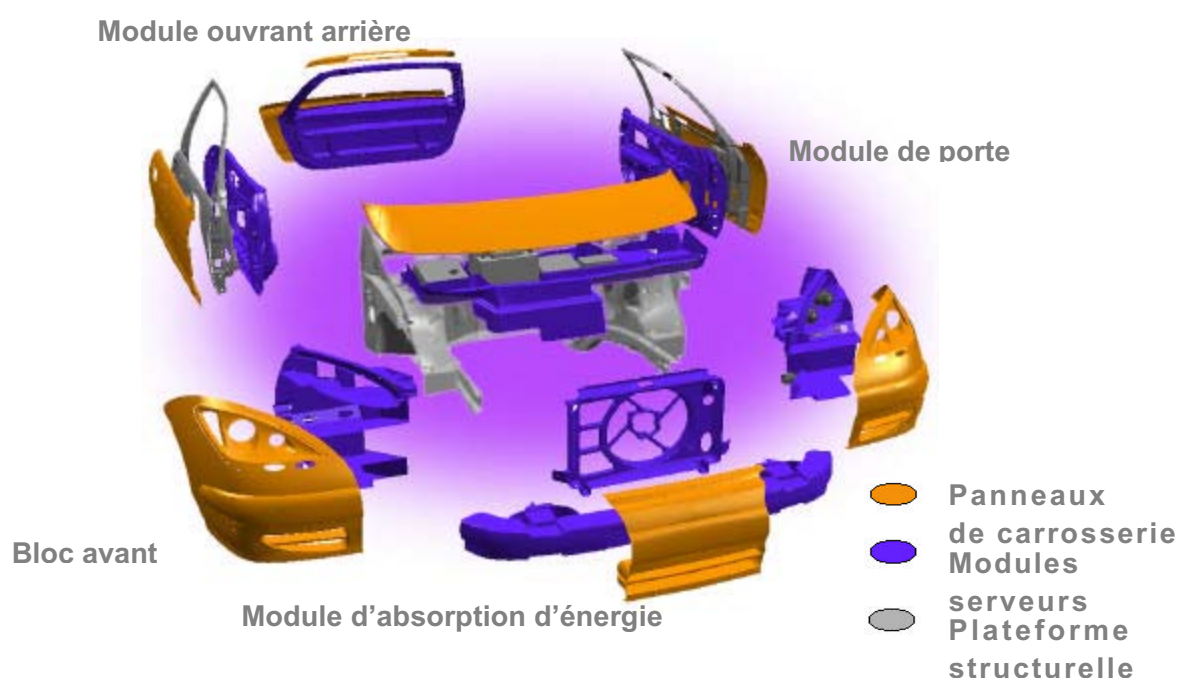
- un prix élevé au kilogramme ;
- des caractéristiques mécaniques plus faibles ;
- des procédés de mise en œuvre souvent lents à l'exception du procédé d'injection.

Pourtant les matériaux composites à matrice organique présentent des avantages importants :

- une faible densité ;
- des technologies de mise en œuvre par moulage qui limitent la matière engagée dans la filière, offrent la possibilité d'obtenir des pièces de forme complexe et suppriment les usinages de finition ;

- un excellent comportement vis à vis de la corrosion, de l'indentation due aux petits chocs urbains et un comportement acoustique favorable.

L'utilisation des matériaux composites pour des applications structurales dépend du niveau de performance souhaité. Pour les pièces semi-structurales, leur utilisation est croissante. Ces pièces, appelées « serveurs », sont situées sous la carrosserie (Figure 1. 1). Ce sont les poutres d'absorption de choc, les faces avant techniques supportant le radiateur, les quarts avant supportant les optiques, les doublures d'ailes et d'ouvrants... Ces pièces sont le plus souvent réalisées avec des matériaux thermoplastiques renforcés.



*Figure 1. 1 - Systèmes modulaires et serveurs*

## 2 PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR (POAE) et le projet SAFFIR

Les nouveaux enjeux économiques et techniques de l'industrie automobile ont conduit les constructeurs à revoir en profondeur les processus de fabrication des futurs véhicules. Par une approche modulaire et multi-fonctionnelle, les équipementiers contribuent à la mutation du secteur automobile et apportent des solutions toujours plus innovantes. Ainsi, la société PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR, équipementier automobile de rang 1<sup>1</sup>, reconnue mondialement pour la conception et la réalisation de pièces de carrosserie automobile en matières plastiques, propose aujourd'hui des systèmes modulaires s'adaptant à l'ensemble des spécificités architecturales des constructeurs. Dans ce cadre, elle est amenée aujourd'hui à développer des pièces de structure en matériaux composites. Or, cette croissance

---

<sup>1</sup> Ayant pour clients les constructeurs automobiles.

impose aux équipes de conception et de développement, de maîtriser différentes propriétés des matériaux composites.

Dans le cadre d'un intérêt particulier pour les matériaux thermoplastiques renforcés élaborés par injection, POAE a lancé le projet EUREKA SAFFIR (Structural Automotive Functions Fiber Reinforcements) qui doit aboutir à la maîtrise de la mise en oeuvre des thermoplastiques renforcés de fibres de verre longues et de l'anticipation du comportement thermomécanique des pièces réalisées.

Les objectifs sont multiples et les études sont menées conjointement entre POAE et ses partenaires industriels et universitaires : ENGEL (fabricant de presses et vis à injecter), DOW-CHEMICAL (fabricant de matières premières), l'Ecole Supérieure de Plasturgie d'Oyonnax, l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Châlons-en-Champagne, le centre de mise en forme des matériaux et le centre des matériaux de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. Parmi les objectifs de ce projet, nous pouvons citer :

- l'analyse du procédé d'injection des thermoplastiques renforcés en vue d'optimiser le procédé de fabrication ;
- la meilleure compréhension de l'effet du procédé de fabrication sur la microstructure des thermoplastiques renforcés ;
- la caractérisation de ces matériaux et le développement d'outils de simulation numérique destinés à la conception de pièces structurelles ;
- l'étude du recyclage de ces matériaux.

### **3 Objectifs industriels de l'étude**

Notre étude s'inscrit dans le cadre de l'intérêt croissant de POAE pour les matériaux composites qu'il s'agisse de tissus ou de matrices thermoplastiques renforcées de fibres coupées (projet SAFFIR).

Ces matériaux sont utilisés pour la fabrication de serveurs qui peuvent être soumis à différentes sollicitations quasi-statiques et dynamiques. Si l'on prend l'exemple de la poutre d'absorption de chocs, elle peut être soumise à des chocs de différentes intensités : des chocs « parking » pour une vitesse du véhicule de 4 à 5 km.h<sup>-1</sup>, des chocs « assurance » pour une vitesse du véhicule de l'ordre de 15 km.h<sup>-1</sup> et enfin des chocs de type « crash » pour une vitesse du véhicule de 64 km.h<sup>-1</sup>. Pour de telles sollicitations, les vitesses de charge et de déformation sont élevées : de 100 s<sup>-1</sup> à 1000 s<sup>-1</sup> au point d'impact et de 0.1 s<sup>-1</sup> à 10 s<sup>-1</sup> dans le reste de la structure [Wolff 1991].

Lors du dimensionnement de ces pièces, il est nécessaire de connaître précisément le comportement des matériaux afin de ne pas avoir recours à des coefficients de sécurité trop pénalisants. Bien souvent, les lois de comportement utilisées ont été identifiées uniquement à partir d'essais quasi-statiques et aucune analyse n'est faite pour savoir si elles restent valables pour des sollicitations plus rapides.

L'objet de ce travail de thèse est donc de proposer un modèle de comportement fiable, valable pour des sollicitations statiques et dynamiques, afin de faciliter la conception de pièces automobiles structurelles en matériaux composites.



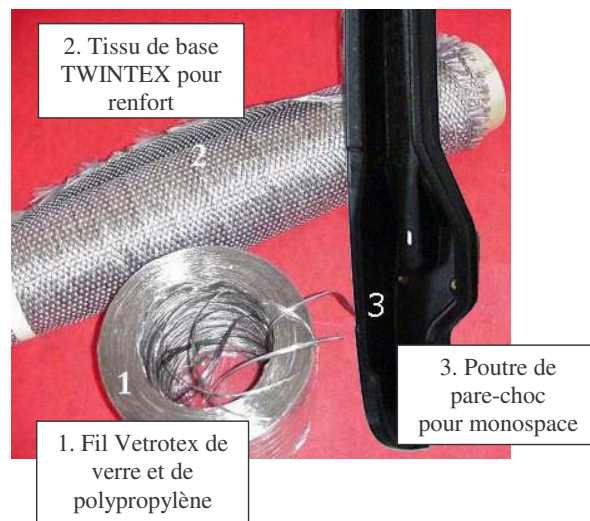


## CHAPITRE 2

# PRESENTATION DES MATERIAUX ETUDIES

### 1 Introduction

Pour l'élaboration de pièces structurales automobiles, PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR utilise préférentiellement deux familles de matériaux composites. Pour des pièces soumises à des sollicitations structurales sévères, comme par exemple une poutre d'absorption d'énergie soumise à un choc, les matériaux utilisés sont des tissus à matrice thermoplastique renforcée de fibres de verre continues (Figure 2. 1).



*Figure 2. 1 - Poutre d'absorption de choc : matières premières et produit fini*



*Figure 2. 2 - Module face avant et module de porte en composite renforcé de fibres coupées*

Pour des pièces soumises à des sollicitations structurelles moins sévères avec des cahiers des charges moins contraignants (modules faces avant techniques, modules de portes et d'ouvrants...), les matériaux utilisés sont des matrices thermoplastiques chargées de fibres coupées, courtes ou longues. Matériaux d'un faible coût, ils peuvent être mis en forme comme des thermoplastiques classiques par un procédé d'injection et présentent l'avantage d'être adaptés à une production en grande série (Figure 2. 2).

Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes intéressés au comportement de ces deux types de matériaux et plus particulièrement à un représentant de chaque famille : le tissu TWINTEX et la matrice PP renforcée de fibres longues PP-FVC.

## 2 Les constituants

Les deux matériaux composites étudiés sont fabriqués à partir des mêmes constituants : une matrice polypropylène et des fibres de verre.

### 2.1 Les fibres de verre

Les fibres de verre constituent le principal renfort pour matériaux composites. Elles sont utilisées dans près de 95 % de ces matériaux, ce qui représente un tonnage de 500 kT/an en Europe. Elles sont plus particulièrement utilisées dans les produits de grande diffusion. En effet, il s'agit d'un renfort peu coûteux avec une technique d'élaboration assez simple. Le verre est coulé en fusion à travers une filière. Les fibres continues sont ensuite obtenues par étirage à grande vitesse des filaments de verre en fusion. Enfin, elles sont enrobées avec leur ensimage.

Les fibres de verre considérées ici sont de type E. Ce sont les plus répandues pour les composites de grande diffusion. Leurs propriétés sont résumées dans le Tableau 2. 1.

Une propriété remarquable de la fibre de verre est qu'elle présente un comportement mécanique élastique linéaire isotrope fragile, qui est de plus, indépendant de la température en deçà de sa température de ramollissement.

Densité (g.cm <sup>-3</sup> )	2,54
Température de ramollissement (°C)	846
Contrainte à la rupture (MPa) à 23°C	3445
Allongement à la rupture (%) à 23°C	4,8
Module d'Young (GPa) à 23°C	72,3

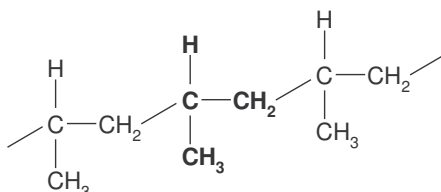
*Tableau 2. 1 - Propriétés des fibres de verre [Kelly 2000 b]*

### 2.2 La matrice polypropylène

La matrice polypropylène a pour rôle d'assurer le transfert de charge entre les fibres, de protéger la fibre des chocs et des frottements et enfin d'assurer la forme de la structure.

### 2.2.1 Propriétés physico-chimiques

Le polypropylène (noté PP) est un polymère thermoplastique qui appartient à la famille des polyoléfines. La macromolécule de polypropylène (Figure 2. 3) est constituée d'une chaîne carbonée linéaire dans laquelle les liaisons sont covalentes. Les liaisons entre chaînes sont de type Van der Waals, donc faibles. Sur le plan mécanique, la matrice présente un comportement isotrope. Les propriétés du polypropylène sont résumées dans le Tableau 2. 2. Pour les applications automobiles, des adjuvants (anti-oxydants) et des charges (noir de carbone pour la couleur) sont ajoutées à la matrice polypropylène.



**Figure 2. 3** - Macromolécule de polypropylène (Motif élémentaire en caractères gras)

<b>Densité</b> (g.cm <sup>-3</sup> )	0,90 – 0,91
<b>Température de transition vitreuse</b> (°C)	-20
<b>Température de fusion</b> (°C)	165
<b>Contrainte mécanique à la rupture</b> (MPa)	31 - 42
<b>Allongement à la rupture</b> (%)	100 - 600
<b>Module d'Young</b> (□ Pa)	1,15 – 1,57

**Tableau 2. 2** - Propriétés du polypropylène [Kelly 2000 a]

### 2.2.2 Mécanismes de déformation des polymères semi-cristallins

Le polypropylène est un polymère semi-cristallin. Il s'agit donc d'un polymère cristallisable composé d'une phase amorphe (disposition aléatoire des atomes ou molécules) et d'une phase cristalline (état ordonné dans lequel les atomes, les molécules, sont répartis de façon périodique) [Haudin, 1995]. La cristallinité est constituée généralement par les sphérolites, ces éléments étant constitués eux-mêmes de lamelles cristallines reliées entre elles par des chaînes amorphes (Figure 2. 4). Cependant, des procédés comme l'extrusion ou l'injection produisent des contraintes élevées dans la matière, à l'origine de structures orientées non sphérolitiques [Vedrine 2003].

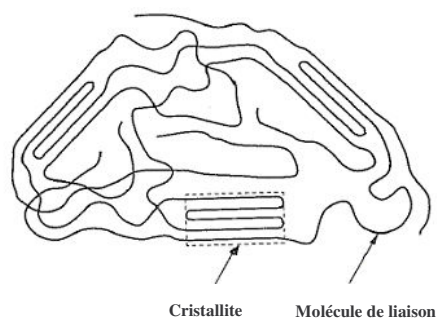
Les polymères solides sont donc formés d'unités structurales liées entre elles par des liaisons intra et intermoléculaires. Pour de faibles déformations, un tel agrégat montre un comportement à la fois élastique (qui est dominant aux basses températures et aux vitesses de sollicitation élevées) et visqueux (qui devient dominant dans les conditions inverses) [Kausch 2001]. Toutefois, dans une vaste gamme de vitesses et de températures, une combinaison de ces deux aspects prévaut. On parle alors de viscoélasticité. Il s'agit là de phénomènes réversibles.

Au delà d'une limite, tout ou partie de la déformation du polymère devient irréversible [Oudet 1994]. Est appelée plastique, en général, toute déformation permanente qui intervient à partir d'un certain seuil que l'on appelle seuil de plasticité. Pour les polymères, le seuil de plasticité est difficile à évaluer du fait de leur

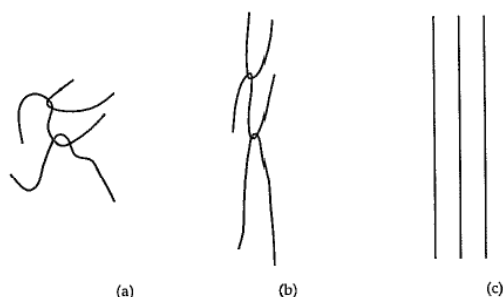
caractère viscoélastique. En réalité, il y a couplage entre les déformations viscoélastique et plastique et l'on parle alors de déformation viscoplastique.

La déformation plastique correspond à une transformation importante de la structure moléculaire d'un matériau. D'une manière très schématique, elle prend naissance dans les cristallites où des dislocations sont générées mais aussi dans les régions amorphes par rotations importantes des liaisons [Lemaitre 1985]. Lorsque l'on soumet ce type de polymère à une sollicitation uniaxiale, on observe dans un premier temps un alignement des chaînes amorphes suivi par un alignement des lamelles cristallines (Figure 2. 5). Dans un deuxième temps, il y a rupture des lamelles les plus grosses et les plus imparfaites. Cette opération s'accompagne d'une réorganisation totale de la répartition des zones cristallines par rapport aux zones amorphes. Les réorientations favorisent donc la formation de nouvelles cristallites qui jouent le rôle de renfort. Il y a consolidation ou écrouissage. Comme pour les métaux, la déformation plastique s'accompagne d'anisotropie par consolidation directionnelle.

Enfin, d'autres phénomènes irréversibles peuvent apparaître au sein de la matrice lorsqu'elle est sollicitée. Il peut y avoir formation de vides, de craquelures ou croissance thermomécanique de microfissures. Ces phénomènes, amorcés dans les zones de défauts, impuretés ou défauts cristallins dans les cristallites, sont à l'origine de la rupture du matériau.



**Figure 2. 4 - Schéma de structure semi-cristalline des polymères [Oudet1994]**



**Figure 2. 5 - Schéma de restructuration des chaînes amorphes due à une extension unidirectionnelle [Oudet1994]**

(a) avant toute déformation (b) la déformation est limitée par l'enchevêtrement  
(c) structure paracristalline résultant d'un alignement parfait

### 3 Généralités sur le comportement mécanique des composites

En fonction de l'arrangement géométrique de ses constituants, le matériau composite va présenter un comportement plus ou moins anisotrope. De plus, l'orientation et la proportion des renforts empêchera ou non le caractère élasto-viscoplastique de la matrice de se développer ainsi que l'apparition de divers endommagements.

Au préalable de ces généralités, précisons les différentes échelles nécessaires à l'étude des composites. On en définit généralement trois (Figure 2. 6) :

- l'échelle microscopique qui voit les hétérogénéités les plus fines présentes dans le matériau ;
- l'échelle macroscopique qui voit la structure comme étant homogène ;
- l'échelle mésoscopique, intermédiaire entre les deux échelles précédentes, qui ne voit pas les hétérogénéités les plus fines et considère le pli d'une stratification comme une entité homogène.

Enfin, pour étudier le comportement d'un matériau, il est nécessaire de définir son volume élémentaire représentatif (V.E.R.). Par volume élémentaire représentatif, il faut entendre un volume dont les dimensions sont suffisamment importantes par rapport à celles des hétérogénéités de manière à ce qu'il soit statistiquement représentatif de la matière à l'échelle de travail, ici mésoscopique, qui est celle où l'on choisit de réaliser les analyses et les modèles. Lors d'un essai de caractérisation à l'échelle mésoscopique, la zone utile de l'éprouvette devra contenir au moins un V.E.R.. Pour les matériaux composites, en raison des tailles caractéristiques des constituants, déterminer le V.E.R. demande beaucoup de soin (§ 4.2 et § 5.2).

#### 3.1 Mécanismes d'endommagement dans les composites

De manière générale, l'endommagement est défini comme un ensemble de changements microstructuraux au sein du matériau qui occasionnent une détérioration irréversible plus ou moins importante. Par exemple, quand une structure stratifiée est sollicitée, la dégradation de ses propriétés est effective bien avant sa rupture finale. En outre pour les matériaux composites, notamment ceux à forte anisotropie, sa géométrie dépend, non pas du mode de chargement comme pour les matériaux métalliques, mais de l'arrangement géométrique des constituants du composite. Notons également que l'endommagement présente un caractère unilatéral, les microfissures pouvant se refermer sous l'action du chargement.

Il existe plusieurs types d'endommagement au sein d'une structure stratifiée de plis unidirectionnels ou tissés qui se révèlent à différentes échelles d'observation. Les plus significatifs sont les suivants :

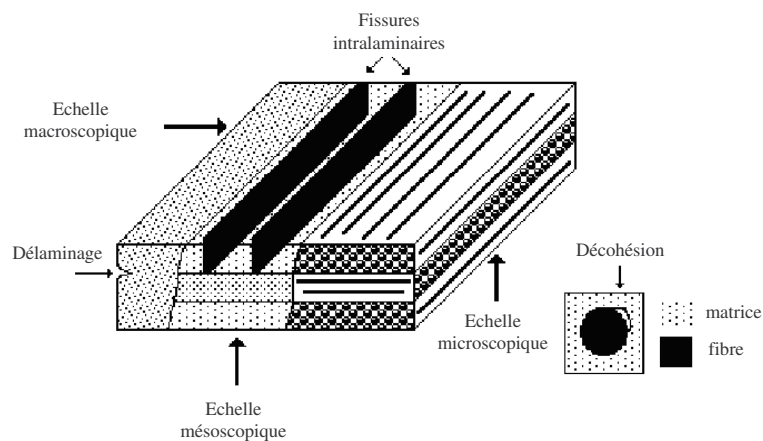
- à l'échelle microscopique apparaissent les ruptures d'adhérence entre les fibres et la matrice : c'est le phénomène de décohésion fibre/matrice ;
- à l'échelle mésoscopique, on observe l'apparition de nombreuses fissures intra-laminaires mais également la rupture de fibres qui intervient au stade ultime de la ruine du matériau ;
- à l'échelle macroscopique, on observe le phénomène de décollement interpli : c'est le délaminage.

Pour les matrices renforcées de fibres de verre coupées, les phénomènes d'endommagement observés sont la décohésion fibre/matrice mais aussi la fissuration matricielle.

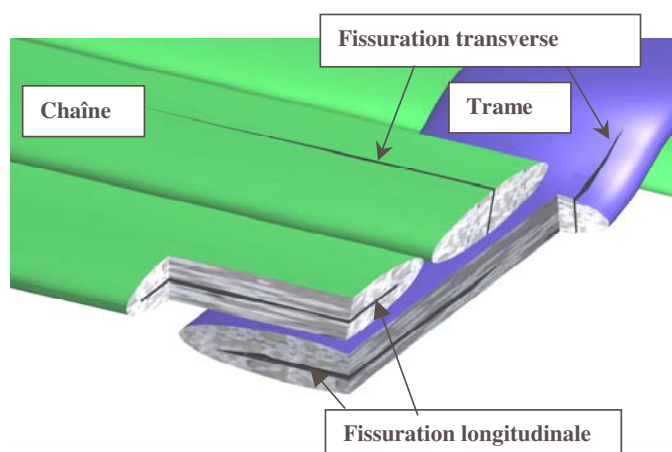
Pour les tissus, qui sont composés de torons entrecroisés, on peut noter deux classes principales de fissuration intralaminaires : les fissures transverses (identiques à celles des unidirectionnels) et les fissures longitudinales (Figure 2. 7) [Aussedat-Yahia 1997].

Les fissures transverses apparaissent, de manière assez uniforme, parallèlement à l'axe des fibres et dans l'épaisseur des torons de trame et de chaîne (Figure 2. 8).

Les fissures longitudinales se développent dans le plan du tissu. Ce phénomène est à rapprocher du phénomène de délaminage qui apparaît couramment dans les stratifiés à plis unidirectionnels en pointe de fissures transverses. Les fissures longitudinales présentes dans les tissus sont beaucoup plus localisées que les fissures transverses. Elles existent aussi bien entre les torons d'orientations différentes (fissuration inter-toron) qu'entre ceux de même orientation (fissuration intra-toron). Elles suivent l'ondulation quand elles y sont confrontées.



**Figure 2. 6** - Les différentes échelles d'observation de l'endommagement :  
illustration sur un matériau stratifié [Thionnet 2003 b]



**Figure 2. 7** - Types de fissuration intralaminaires dans un pli tissé



*Figure 2. 8 – Observation d'une fissure transverse  
sur la tranche d'une éprouvette de tissu (sens trame)*

### 3.2 Effets des grandes vitesses de sollicitation sur le comportement des matériaux composites

Le comportement mécanique des matériaux composites à fibres longues sollicités à grande vitesse a fait l'objet de différents comparatifs [Barré 1996 ; Cantwell 1992 ; Sierakowski 1997]. La plupart des travaux relatés dans ces études portent cependant sur des composites, renforcés de fibres continues de carbone, de verre ou encore de kevlar, et à matrice thermodurcissable. Sur la Figure 2. 9 est schématisée l'évolution d'une courbe contrainte-déformation avec la vitesse de déformation pour un matériau composite. Nous reviendrons sur les définitions des domaines quasi-statique, intermédiaire et dynamique (Partie 2 Introduction). De manière générale, une sollicitation est dite quasi-statique lorsque sa vitesse est inférieure à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ , intermédiaire lorsque sa vitesse est inférieure à  $100 \text{ s}^{-1}$  et dynamique lorsque sa vitesse est supérieure à  $100 \text{ s}^{-1}$ .

Nous observons les tendances suivantes lorsque la vitesse de sollicitation augmente :

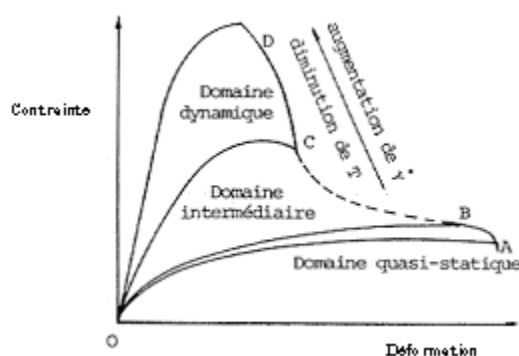
- le comportement non-linéaire des matériaux observés en quasi-statique se rigidifie. Par exemple, la pente à l'origine de la courbe contrainte/déformation augmente car les effets visqueux tendent à saturer ;
- la contrainte à rupture augmente ;
- la déformation à rupture diminue.

Cependant, ces conclusions sont à pondérer suivant la nature de la matrice polymère. De plus, la proportion plus ou moins importante de renforts dans la direction sollicitée influe grandement sur les résultats. Egaleme nt, on n'observe pas les mêmes phénomènes suivant que la direction sollicitée présente une grande proportion de renforts ou non : il y a présence plus ou moins marquée des effets visqueux.

En ce qui concerne les matrices thermoplastiques renforcées de fibres de verre coupées, la majeure partie des études [Le Bassier 2002 ; Ségard 2003] porte sur le comportement quasi-statique de ces matériaux. Elles mettent en évidence dans ce domaine un comportement élasto-viscoplastique avec ou sans endommagement suivant le niveau de contrainte considéré. Peu de travaux s'intéressent à leur résistance à l'impact et à leur comportement pour de grandes vitesses de sollicitation. Kawata a étudié le comportement en traction d'une matrice PA66 renforcée de fibres courtes de verre (30 % en volume) pour des sollicitations



statiques ( $0.99.10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) et dynamiques ( $0.67.10^3 \text{ s}^{-1}$ ) [Kawata 1982]. Bien que les résultats obtenus ne lui permettent de conclure sur les effets de la vitesse de déformation sur les propriétés mécaniques de ce matériau, il enregistre cependant une rigidification de son comportement. Plus récemment, Vaidya s'est intéressé au comportement à l'impact d'une matrice polypropylène renforcée de fibres longues coupées (40 % en masse) [Vaidya 2003]. Il a notamment étudié les modes d'endommagement de ce matériau et sa capacité à absorber l'énergie pour des vitesses d'impact comprises entre  $10 \text{ m.s}^{-1}$  et  $100 \text{ m.s}^{-1}$ . A de telles vitesses, la rupture du matériau est initiée par le déchaussement des fibres et la rupture de fibres. Il met également en évidence une fissuration de la matrice dans la direction des fibres.



*Figure 2. 9 – Tendance d'évolution d'une courbe contrainte-déformation avec la vitesse de déformation pour un matériau composite*

## 4 Le TWINTEX : un tissu verre/polypropylène

### 4.1 Elaboration du TWINTEX

TWINTEX, produit Vetrotex, désigne un mélange intime de filaments de verre et de thermoplastique. Le TWINTEX existe sous plusieurs formes : rovings ou tissus présentant différents tissages et grammages.

Par la suite, bien que ce soit un abus de langage, nous appellerons TWINTEX le tissu verre-polypropylène étudié. Il s'agit d'un satin de 3 (Figure 2. 11 b) avec un tissage déséquilibré : il y a quatre fois plus de torons de chaîne que de trame. Le grammage du tissu est de  $1815 \text{ g.m}^{-2}$ . La proportion massique de fibres de verre est de 60 %, qui correspond à une proportion volumique de 35 %, ce qui nous donne une densité de  $1.5 \text{ g.cm}^{-3}$ .

Ce tissu est élaboré à partir de filaments de verre E et de filaments de polypropylène. En sortie de filière, par comelage direct, on obtient des torons formés de fils de polypropylène et de fils de verre (Figure 2. 10). Les torons sont ensuite tissés puis les plis de tissu sont préconsolidés sur des presses double bandes ou sur des calandreuses en sortie de métiers à tisser.

L'intérêt de ce produit est d'améliorer l'adhésion entre les fibres et la matrice et également d'assurer l'homogénéité de la fraction volumique de fibres dans une pièce.

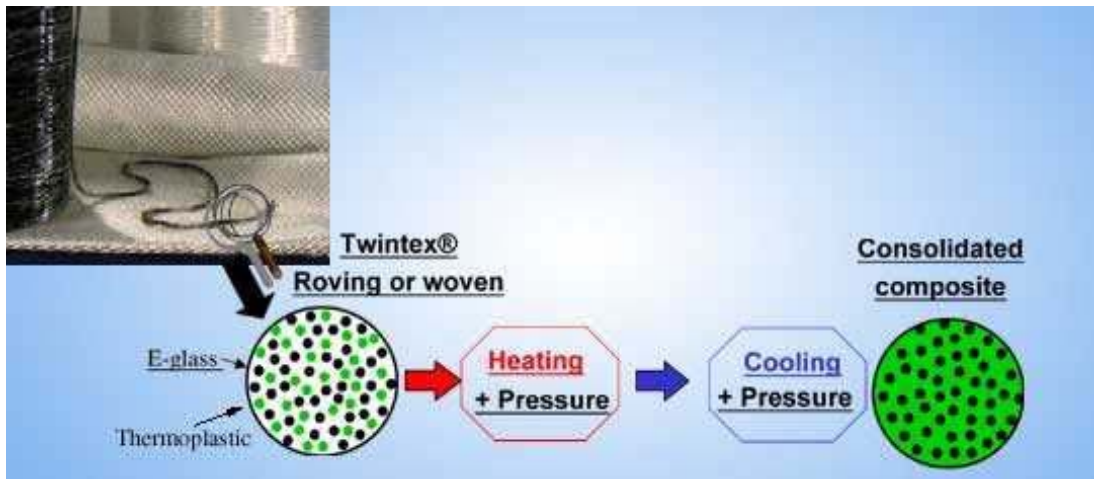


Figure 2. 10 – Schéma d'élaboration du pli de TWINTEX

#### 4.2 Volume élémentaire représentatif (VER) du TWINTEX

Sur la Figure 2. 11 est représenté la cellule élémentaire du milieu périodique qui permet de construire le VER du TWINTEX. Elle mesure  $40 \pm 1$  mm de long pour  $10 \pm 2$  mm de large. Les tolérances relativement importantes sont dues au tissage assez grossier du tissu (Figure 2. 11 a) qui ne garantit pas précisément un rapport de quatre entre les torons de chaîne et de trame.

Pour que les éprouvettes soient représentatives du VER, elles doivent contenir au moins un VER. On s'aperçoit ainsi que notamment, les éprouvettes découpées dans le sens trame auraient de grandes dimensions difficilement compatibles avec des essais mécaniques simples. Toutefois, on peut considérer que l'ondulation des torons influe peu sur le comportement du matériau au regard du rapport des fractions volumiques de fibres dans chaque direction. Cette hypothèse étant faite, nous définissons alors (Figure 2. 11 b) un motif élémentaire plus petit mais quasiment représentatif de notre tissu qui doit être contenu au moins une fois dans l'éprouvette. Les dimensions de ce motif élémentaire sont alors de  $10 \times 13$  mm<sup>2</sup>.

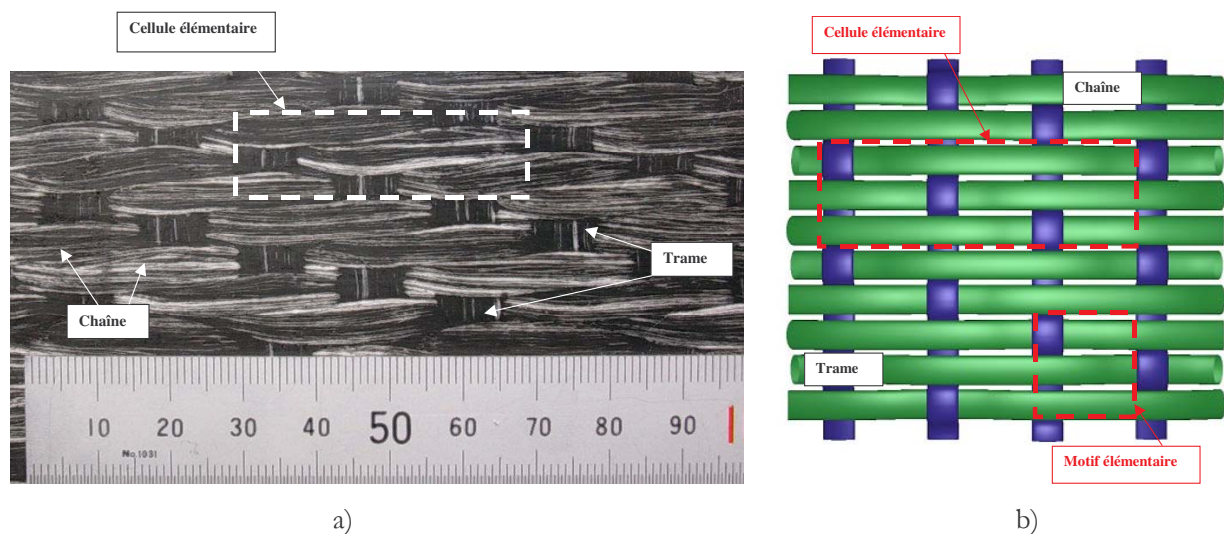


Figure 2. 11 – Cellule élémentaire du TWINTEX

a) Photo du tissu

b) Schéma du tissu

## 5 Le PP-FVC : une matrice polypropylène renforcée de fibres de verre coupées

Le PP-FVC (nom générique utilisé pour désigner le matériau étudié dont nous ne souhaitons pas communiqué le nom commercial), utilisé tout récemment dans l'industrie automobile, est constitué d'une matrice polymère thermoplastique en polypropylène renforcée de fibres de verre coupées avec un taux massique de 30 %. Il est élaboré à partir de fibres dites « longues », leur longueur avant injection étant supérieure à 10 mm. Sa densité est de  $1.1 \text{ g.cm}^{-3}$ .

### 5.1 Elaboration des matériaux à matrice thermoplastique renforcée de fibres de verre coupées

Ces composites sont constitués d'une matrice polymère thermoplastique renforcée de fibres qui peuvent être longues ou courtes. Ils sont très utilisés dans l'industrie automobile et élaborés par procédé d'injection. L'orientation du renfort se fait lors de l'écoulement. Le procédé influe localement sur la répartition et l'orientation des fibres. Ces inhomogénéités provoquent une variation des propriétés du matériau d'un point à un autre de la pièce.

Prévoir les propriétés de tels matériaux nécessite donc de maîtriser parfaitement le procédé d'élaboration des pièces. Des granulés de polymères chargés de fibres sont obtenus par compoundage dans le cas des fibres courtes et par pultrusion pour les fibres longues. Ces granulés sont ensuite extrudés dans une vis sans fin de manière à fluidifier la résine sans la brûler avant de l'injecter sous pression dans un moule par l'intermédiaire d'une filière.

L'injection se fait en nappe (écoulement entre deux plans parallèles où le front de remplissage est droit). Deux types d'écoulement vont orienter préférentiellement les fibres (Figure 2. 13) :

- l'écoulement en cisaillement : la vitesse est nulle sur les parois et maximum au centre. Il y a donc un gradient de vitesse qui va entraîner la fibre en rotation (Figure 2. 13), la plaçant préférentiellement parallèlement à la direction de l'écoulement ;
- l'écoulement élongationnel : on le rencontre sur l'axe d'une géométrie convergente ou divergente. L'observation du mouvement d'une fibre dans ce type de géométrie montre que la fibre s'oriente à  $90^\circ$  de la direction de l'écoulement dans le divergent et parallèlement à cette direction dans le convergent.

Ce procédé induit au sein du matériau une structure en couches qui témoigne de la variation d'orientation des fibres suivant l'épaisseur. Suivant les auteurs, le nombre de couches varie de 3, 5 ou 9 [Haramburu 2003], la décomposition en couches étant évidemment schématique et restant assez difficile à identifier. Sur la Figure 2. 13, est représenté le modèle à 5 couches :

- couche C1 : peau, supérieure et inférieure, de faible épaisseur pauvre en fibres due à « l'effet fontaine » ;
- couche C2 : deux couches de part et d'autre du centre dans lesquelles l'écoulement est du type cisaillement avec orientation préférentielle dans le sens de l'écoulement ;

- couche C3 : couche centrale où l'écoulement est élongationnel divergent ; étant donné qu'au centre de la pièce le taux de cisaillement est nul, les fibres sont perpendiculaires à l'injection. Cette couche représente en général un cinquième de l'épaisseur.

Le modèle à 3 couches néglige les couches C1 (Figure 2. 12). C'est ce modèle que nous retiendrons. On délimite ainsi une couche de cœur où les fibres sont orientées perpendiculairement à la direction de l'écoulement. De part et d'autre on distingue deux couches de peau symétriques avec une orientation parallèle à l'écoulement.

## 5.2 Hétérogénéités microstructurales et V.E.R. du PP-FVC

Des observations microscopiques et une étude par analyse d'images [Monget 2003] ont révélé que le PP-FVC présente une microstructure plus complexe que la structure cœur-peau décrite précédemment. Cette étude est synthétisée dans l'Annexe 1. Notamment on enregistre des variations importantes des hétérogénéités microstructurales. Ainsi le diamètre moyen des fibres est de 18.5 avec un écart-type de 1.5  $\mu\text{m}$ . La longueur moyenne des fibres est de 1 mm avec un écart-type important de 0.5 mm résultant du fait que la plupart des fibres sont cassées dans la vis d'extrusion. L'orientation des fibres au sein du matériau a également fait l'objet d'une analyse. La structure cœur-peau du PP-FVC a été bien été observée (Figure 2. 14). Cependant elle reste schématique puisqu'une analyse à échelle plus fine de la distribution des orientations, mesurées par analyse d'image, montre qu'elle suit en fait une gaussienne. Localement, des variations de la fraction volumique de fibres ou encore de la distance inter-fibres ont été mises en évidence.

Afin de modéliser le comportement mécanique du PP-FVC, il est possible mettre en place une procédure d'homogénéisation, les paramètres d'entrée permettant de décrire la cellule élémentaire, représentative du matériau, pouvant varier suivant les distributions observées expérimentalement.

Cependant, par la suite, nous nous intéresserons au comportement mécanique macroscopique du PP-FVC et nous ne tiendrons pas compte de ces variations locales des hétérogénéités microstructurales. Nous considérerons que, dans la direction d'écoulement, le matériau présente une structure orthotrope à trois couches (§ 5.1).

Notre objectif sera donc de caractériser et modéliser le comportement du matériau PP-FVC dans la direction d'écoulement. Lors de calculs numériques sur pièces industrielles, nous aurons accès à la direction d'écoulement, donc au repère local privilégié, pour chaque élément du maillage, grâce à des logiciels de simulation d'injection tels que MoldFlow.

Nous nous intéressons au V.E.R. représentatif du PP-FVC dans la direction d'écoulement. Joannes [Joannes 2004] a montré par une approche numérique d'homogénéisation que ce V.E.R était de l'ordre de 100  $\text{mm}^2$  de surface.

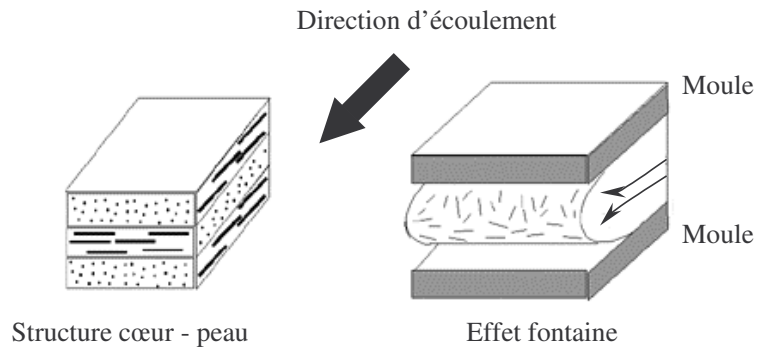


Figure 2.12 – Modélisation en trois couches de la structure cœur-peau

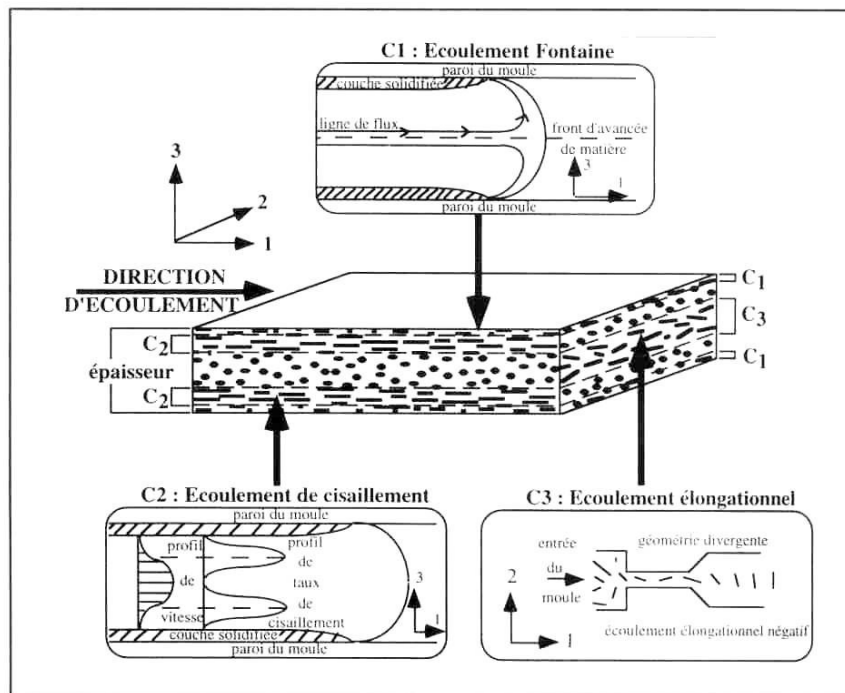


Figure 2.13 - Schéma de répartition des fibres induite par le procédé d'injection en nappe (Gérard & al, 1997)

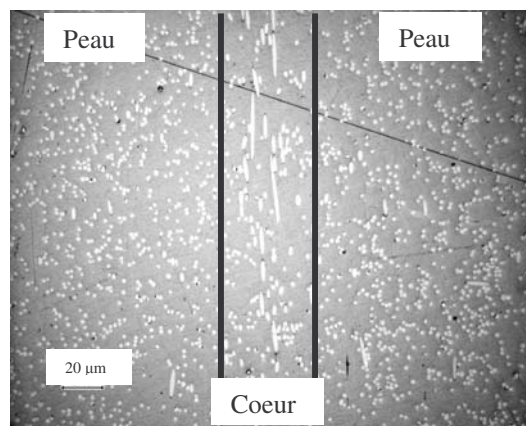


Figure 2.14 - Observation par microscopie optique de la structure cœur-peau du PP-FVC dans l'épaisseur d'une plaque injectée

## 6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les deux matériaux sur lesquels porte cette étude. Bien que constitués des mêmes composants, une matrice polypropylène et des fibres de verre, le TWINTEX et le PP-FVC présentent des microstructures bien différentes. Cependant, à l'échelle mésoscopique, les deux matériaux présentent une structure orthotrope (notons que pour le PP-FVC, l'échelle mésoscopique est confondue avec l'échelle macroscopique). Cela permettra par la suite de définir un cadre commun à la caractérisation et la modélisation de leurs comportements mécaniques.



# Partie 2

## Etude expérimentale

*Cette deuxième partie est consacrée à l'étude expérimentale du comportement mécanique macroscopique des matériaux TWINTEX et PP-FVC. L'objectif est d'identifier et de quantifier les phénomènes dissipatifs au sein de ces matériaux et d'appréhender les effets dus à l'augmentation de la vitesse de sollicitation sur leur comportement.*

*Le premier chapitre porte sur l'étude expérimentale menée en quasi-statique, pour des vitesses de déformation inférieures à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Elle consiste en la réalisation d'essais de traction à différentes vitesses, d'essais de charge-décharge et d'essais de traction-compression. Elle s'accompagne également d'observations microscopiques afin d'examiner l'état d'endommagement des matériaux.*

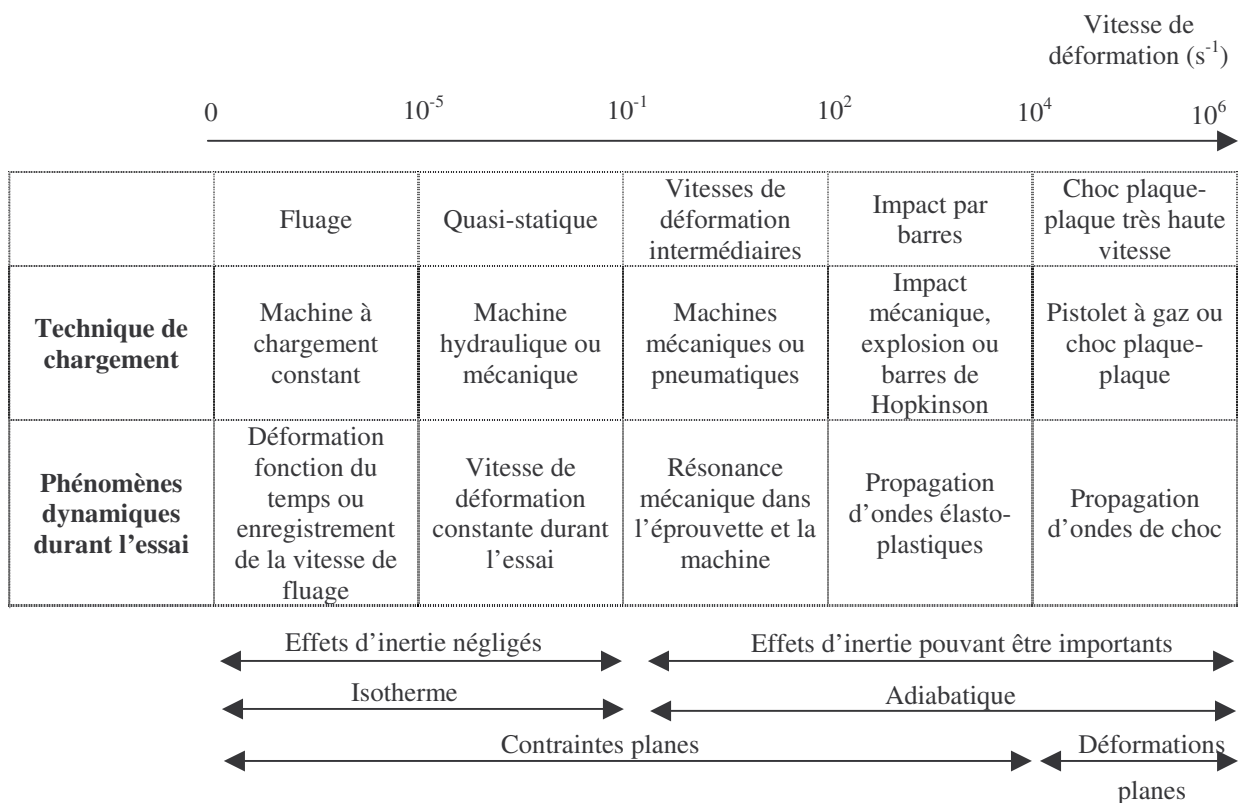
*Le second chapitre présente les résultats de la caractérisation du comportement du TWINTEX et du PP-FVC soumis à des essais de traction à vitesse rapide, la vitesse de déformation étant comprise entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . La complexité de cet essai a nécessité une étude préalable qui est également présentée.*





## Préambule à l'étude expérimentale

La caractérisation de la réponse de la quasi-totalité des matériaux face à des sollicitations quasi-statiques peut être déterminée par des essais mécaniques réalisés sur des éprouvettes de géométrie simple à l'aide de techniques de sollicitation simples elles-aussi mais permettant d'appliquer des trajets horaires complexes et d'avoir accès notamment au comportement du matériau en décharge. Cependant certaines applications, liées notamment aux domaines de la balistique ou de l'absorption d'énergie, ont suscité un besoin grandissant pour les essais de caractérisation à grande vitesse de déformation. Il convient alors pour ce type d'essais de prendre des précautions tant au niveau de la réalisation que de l'analyse.



**Tableau 2. 1** - Vitesses et techniques d'essais de caractérisation [Sierakowski 1997]

Le Tableau 2. 1 reprend les différents essais existants pour la caractérisation de matériaux composites en fonction de la vitesse de sollicitation. Il mentionne également les grandes caractéristiques de ces essais.

L'objectif ici est de caractériser la réponse des matériaux étudiés sous sollicitations quasi-statiques et rapides. Les essais de caractérisation ont été réalisés à différentes vitesses de déformation allant de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à  $100 \text{ s}^{-1}$ . Nous emploierons par la suite indifféremment le qualificatif « intermédiaire », « rapide » ou « dynamique » pour parler des vitesses de sollicitation comprises entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . En deça nous utiliserons les vocables « quasi-statique » ou « basse vitesse ».

De  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  à  $100 \text{ s}^{-1}$ , nous sommes dans la gamme des vitesses rapides, pour lesquelles, en fonction de la masse volumique et de la vitesse de sollicitation, il convient de regarder si les forces d'inertie doivent ou non être considérées [Pardo 2001].

Dans cette partie, nous présenterons dans un premier chapitre les résultats de la caractérisation des matériaux en quasi-statique pour laquelle nous avons appliqués différents types de chargement. Nous nous intéresserons ensuite dans un deuxième chapitre à la caractérisation sous sollicitations rapides qui a consisté en la réalisation exclusive d'essais de traction.

L'ensemble de ces essais a pour but, d'une part, d'identifier les phénomènes dissipatifs au sein du matériau et de mesurer leur importance relative, mais également d'appréhender les effets dus à l'augmentation de la vitesse de sollicitation sur le comportement des matériaux.

# CHAPITRE 3

## CARACTERISATION EN QUASI-STATIQUE

### 1 Introduction

Une vaste campagne d'essais en quasi-statique, accompagnée d'observations microscopiques permettant d'analyser l'état d'endommagement du matériau, a été menée sur le TWINTEx et le PP-FVC. L'objectif est d'identifier les phénomènes dissipatifs au sein de ces matériaux et de mesurer leur importance relative.

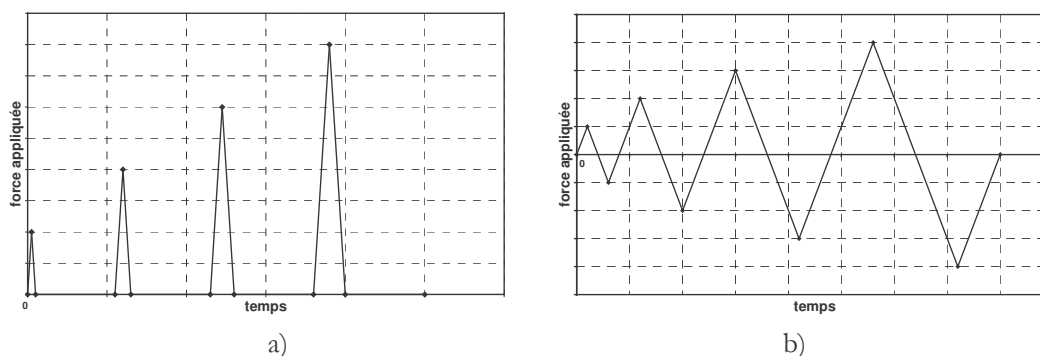
### 2 Méthodes expérimentales

#### 2.1 Essais réalisés et objectifs

Des essais de différentes natures ont été réalisés, la vitesse de sollicitation restant dans le domaine quasi-statique :

- des essais de traction et de compression, à différentes vitesses, jusqu'à rupture, afin de déterminer les modules apparents, leur évolution avec la vitesse, ainsi que les propriétés à rupture ;
- des essais de charge-décharge en traction et en compression à différentes vitesses, avec des niveaux de plus en plus élevés, afin de visualiser les phénomènes dissipatifs (phénomènes visqueux, endommagement...) au sein du matériau, un temps d'attente étant observé après chaque décharge ; (Figure 3. 1 a).
- des essais de traction-compression à des niveaux de charge de plus en plus élevés à différentes vitesses de charge (Figure 3. 1 b) afin d'évaluer les différences de comportement en traction et en compression.

Pour chaque type d'essai, 5 à 10 éprouvettes ont été testées. Les résultats montrent parfois une dispersion importante. Par la suite, nous mentionnerons sur les figures la courbe moyenne des essais et considérerons qu'elle caractérise le matériau.

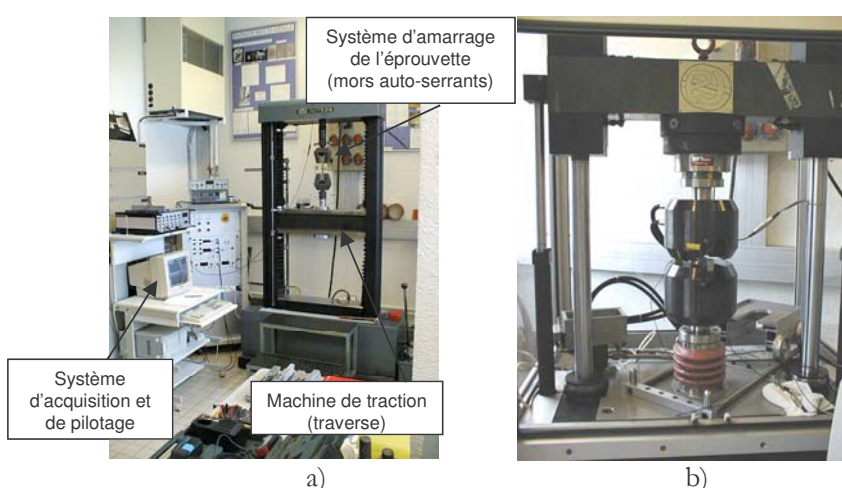


**Figure 3.1** – a) Type de chargement appliqué pour un essai dit de charge-décharge en traction  
b) Type de chargement appliqué pour un essai dit de traction-compression

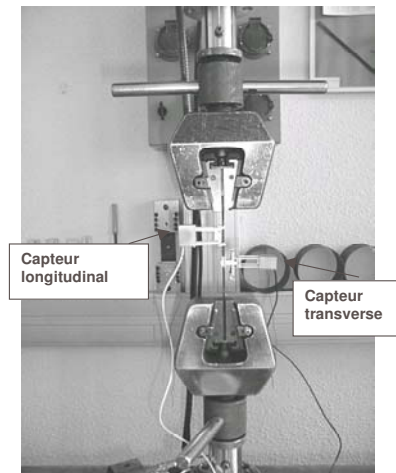
## 2.2 Moyens d'essais

Les essais de traction en quasi-statique, de charge-décharge et de compression ont été réalisés sur des machines de traction mécaniques de capacité 10000 daN, 5000 daN ou 1000 daN (Figure 3. 2 a). Pour les essais de traction-compression, nous avons utilisé une machine hydraulique de fatigue d'une capacité de 10000 daN (Figure 3. 2 b).

Le pilotage d'un essai peut se faire en contrôle de charge (option que nous avons choisie afin de faciliter l'asservissement de la machine pour certains essais, notamment ceux de charge-décharge et de traction-compression), en contrôle de déformation (option que nous avons retenue pour la plupart des essais) ou en contrôle du déplacement de la traverse. Pour chaque essai, nous cherchons à mesurer les déformations longitudinale (dans le sens de la sollicitation) et transverse suivant la largeur de l'éprouvette (perpendiculairement à l'axe de sollicitation). Ces déformations sont mesurées à l'aide de capteurs (Figure 3. 3) ou de jauges d'extensométrie, la longueur de jauge étant de 2, 5 ou 10 mm.



**Figure 3.2** – a) Machine de traction mécanique avec mors auto-serrants  
b) Machine de fatigue hydraulique avec mors hydrauliques



*Figure 3. 3 – Amarrage d'une éprouvette de PP-FVC équipée de capteurs d'extensométrie*

## 2.3 Eprouvettes de caractérisation

### 2.3.1 Eprouvettes de TWINTEX

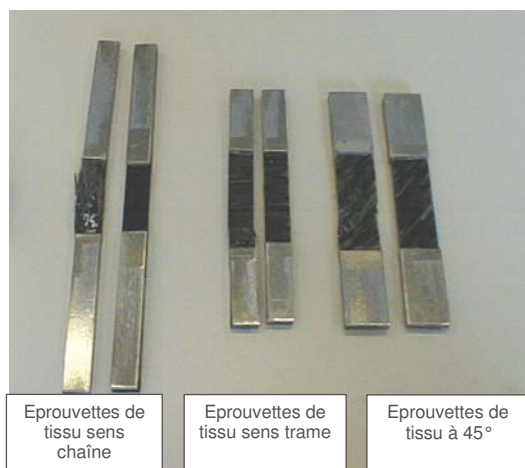
Les plaques de TWINTEX ( $200 \times 600 \times 3.5 \text{ mm}^3$  et  $200 \times 600 \times 7 \text{ mm}^3$ ) dans lesquelles des éprouvettes ont été découpées correspondent à un empilement de trois ou six plis de tissu, tous les plis étant orientés de manière identique. Lors de la fabrication de ces plaques, les plis sont empilés par un opérateur. Bien que ce ne soit pas réellement le cas, nous considérerons que cette opération manuelle est réalisée précisément et de telle sorte que les torons de chaîne et de trame de chaque pli soient empilés de manière homogène.

Les plaques ont été réalisées sous une presse de 750 T. Chaque pli mesure initialement 1.2 mm d'épaisseur. La pression exercée pour le compactage est de 150 bar. Le moule est porté à une température de l'ordre de 220 °C, supérieure à la température de fusion du polypropylène qui est de 165 °C. Sous la pression, le polypropylène s'écoule et forme la matrice du composite.

Les éprouvettes sont découpées selon différentes orientations :

- à 0° pour l'étude du comportement dans le sens chaîne. Ces éprouvettes seront qualifiées de type C ;
- à 90° pour l'étude du comportement dans le sens trame. Ces éprouvettes seront qualifiées de type T ;
- à 45° pour l'étude du comportement en cisaillement. Ces éprouvettes seront qualifiées de type G.

Les éprouvettes sont rectangulaires (Figure 3. 4, Figure 3. 5). En traction, afin qu'elles ne soient pas blessées dans les mors, des talons en verre/résine ou en duraluminium sont collés avec une colle époxy (araldite). L'adhérence des talons n'étant pas très bonne sur la matrice polypropylène, un sablage des éprouvettes et des talons a été effectué. Cependant, pour de fortes charges atteintes dans le sens chaîne, cela n'a pas été suffisant. Pour éviter une rupture dans la colle, il a été nécessaire d'utiliser des talons plus longs et donc de rallonger les éprouvettes. Les dimensions des éprouvettes, représentatives du motif élémentaire du TWINTEX (Chapitre 2 § 4.2), pour les essais en traction sont répertoriées dans le Tableau 3. 1, pour la compression dans le Tableau 3. 2 et pour la traction-compression dans le Tableau 3. 3.



**Figure 3. 4** – Eprouvettes de TWINTEX pour les essais en traction

	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)
<b>C</b>	300	20	3.5
<b>T</b>	200	20	3.5
<b>G</b>	200	30	3.5

**Tableau 3. 1** - Dimensions des épreuves de TWINTEX pour les essais en traction



**Figure 3. 5** – Eprouvettes de TWINTEX pour les essais de compression (avec et sans talons)

	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)
<b>C</b>	60	30	7
<b>T</b>	60	30	7
<b>G</b>	60	30	7

**Tableau 3. 2** - Dimensions des épreuves de TWINTEX pour les essais de compression

	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)
<b>C</b>	125	30	7
<b>T</b>	125	30	7
<b>G</b>	125	30	7

**Tableau 3. 3** - Dimensions des épreuves de TWINTEX pour les essais en traction-compression

### 2.3.2 Eprouvettes de PP-FVC

Les épreuves de PP-FVC sont issues de plaques injectées en nappe. Les plaques mesurent 200x600x3 mm<sup>3</sup> et 200x600x7 mm<sup>3</sup>.

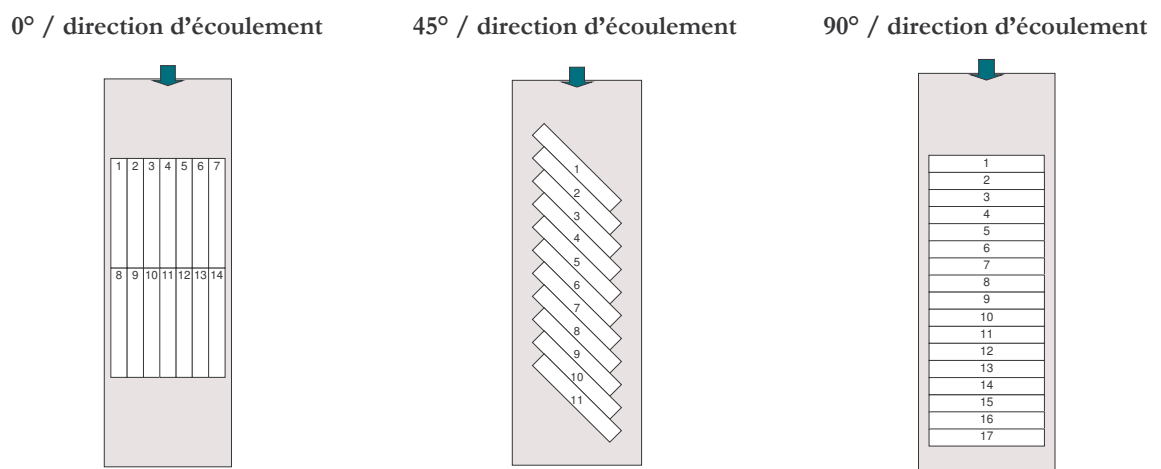
Afin de s'affranchir des effets de bord et des zones où le flux de matière n'est pas représentatif du matériau massif, une zone utile a été définie. Les épreuves ont été découpées dans cette zone utile selon trois orientations : à 0°, 45° et 90° de la direction d'écoulement (Figure 3. 6). Du fait des hétérogénéités microstructurales (Annexe 1), toutes les épreuves découpées dans cette zone utile n'ont pas exactement le même comportement. Cependant rappelons que dans cette étude, nous nous intéressons au comportement

moyen. Les éprouvettes de PP-FVC pour les essais en traction ont une forme d'haltère (Figure 3. 7) selon la norme NF EN ISO 527-2 « Plastiques. Détermination des propriétés en traction » et une épaisseur de 3 mm.

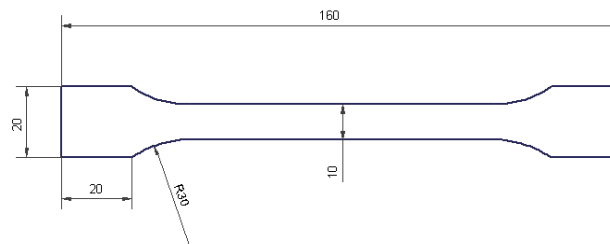
Pour les essais de traction-compression, les éprouvettes sont de même dimensions que celles de TWINTEX (Tableau 3. 4).

	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)
0°	125	30	7
90°	125	30	7
45°	125	30	7

**Tableau 3. 4** - Dimensions des éprouvettes de PP-FVC pour les essais en traction-compression



**Figure 3. 6** – Schémas de découpe des éprouvettes de PP-FVC



**Figure 3. 7** – Schéma d'une éprouvette en PP-FVC pour les essais de traction (dimensions en mm)

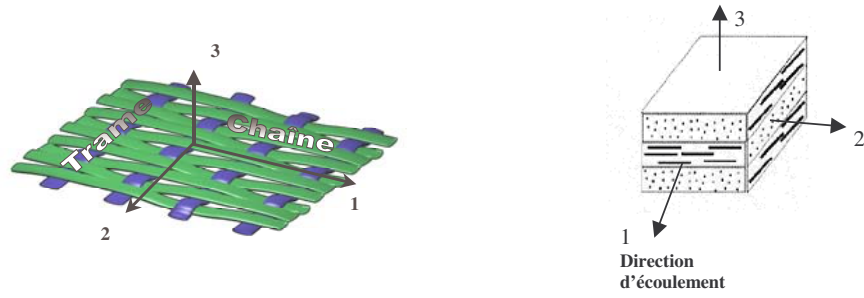
### 2.3.3 Eprouvettes de matrice PP

Les éprouvettes de matrice pure de polypropylène ont la même géométrie que celles de PP-FVC. Elles ont été découpées dans des plaques injectées de mêmes dimensions que les plaques injectées de PP-FVC.

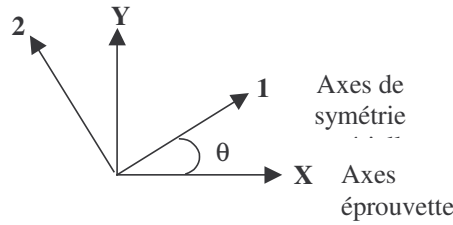
## 2.4 Méthode d'exploitation des résultats

Sur la Figure 3. 8 sont représentés les axes d'orthotropie des deux matériaux étudiés. La faible épaisseur des éprouvettes de caractérisation est représentative des épaisseurs pratiquées sur les pièces industrielles. Nous nous placerons donc pour les deux matériaux étudiés sous l'hypothèse des contraintes planes.





a) *Figure 3. 8– a) Axes d'orthotropie pour le TWINTEx*  
b) *Figure 3. 8– b) Axes d'orthotropie pour le PP-FVC*



*Figure 3. 9– Repère des symétries matérielles du matériau et des éprouvettes*

$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  désigne le repère de l'éprouvette (repère de référence) et  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$  désigne le repère local privilégié du matériau (Figure 3. 9).  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$  et  $\epsilon_{xy}$  sont les déformations exprimées dans le repère de l'éprouvette.  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_6 = 2\epsilon_{12}$  sont les déformations exprimées dans le repère du matériau, en utilisant les notations de Voigt. Les relations entre ces déformations sont les suivantes :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ 2\epsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

avec  $c = \cos\theta$  et  $s = \sin\theta$ .

$$\text{Soit : } \begin{cases} \epsilon_1 = c^2 \epsilon_{xx} + s^2 \epsilon_{yy} + 2cs \epsilon_{xy} \\ \epsilon_2 = s^2 \epsilon_{xx} + c^2 \epsilon_{yy} - 2cs \epsilon_{xy} \\ \epsilon_6 = -2cs \epsilon_{xx} + 2cs \epsilon_{yy} + 2(c^2 - s^2) \epsilon_{xy} \end{cases}$$

On adopte des notations identiques pour le tenseur des contraintes, à savoir :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}$$

Pour une sollicitation uniaxiale appliquée au travers d'une densité surfacique uniforme  $\vec{F} = F_x \vec{x}$ , le tenseur des

contraintes, dans le repère de l'éprouvette s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On peut alors calculer les contraintes dans le repère local : 
$$\begin{cases} \sigma_1 = c^2 \sigma_{xx} \\ \sigma_2 = s^2 \sigma_{xx} \\ \sigma_6 = -cs \sigma_{xx} \end{cases}$$

Pour une éprouvette découpée à  $0^\circ$ , on obtient alors:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_6 = 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_{xx} \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_6 = 0 \end{cases}$$

Pour une éprouvette découpée à  $90^\circ$ , on obtient :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_6 = 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \sigma_1 = 0 \\ \sigma_2 = \sigma_{xx} \\ \sigma_6 = 0 \end{cases}$$

Les matériaux TWINTEX et le PP-FVC sont orthotropes. Le comportement en cisaillement est découplé du comportement en traction et nous pouvons écrire, pour une éprouvette découpée à  $45^\circ$  :

$$\varepsilon_6 = (-\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \text{ et } \sigma_6 = -\frac{\sigma_{xx}}{2}$$

### 3 Résultats expérimentaux en quasi-statique

#### 3.1 Caractérisation de la matrice

Afin de mieux comprendre le comportement des deux matériaux composites étudiés, nous avons tout d'abord réalisé quelques essais sur la matrice polypropylène.

L'ensemble des essais sur la matrice révèle un comportement fortement non-linéaire. L'essai de charge-décharge montre un comportement élasto-viscoplastique (Figure 3. 10). Nous observons en effet les boucles d'hystérésis caractéristiques du comportement viscoélastique et au-delà de  $15 \text{ Pa}$  à  $1 \text{ Pa.s}^{-1}$ , la déformation longitudinale présente une partie irréversible (Figure 3. 11).

Les essais de traction à différentes vitesses (Figure 3. 12) montrent une grande influence de la vitesse sur la réponse du matériau dans le domaine quasi-statique.

Vitesse de déformation	$10^{-3} \text{ s}^{-1}$	$10^{-2} \text{ s}^{-1}$	$10^{-1} \text{ s}^{-1}$
<b>E apparent (GPa)</b>	$1.4 \pm 10.36 \%$	$1.65 \pm 4.13 \%$	$1.78 \pm 1.7 \%$
<b><math>\nu</math> apparent</b>	$0.43 \pm 4.22 \%$	$0.42 \pm 3.5 \%$	$0.42 \pm 1.54 \%$
<b><math>\sigma</math> max (MPa)</b>	$30 \pm 5.3 \%$	$33.7 \pm 3.6 \%$	$37.6 \pm 1.75 \%$
<b><math>\varepsilon</math> max (%)</b>	$12.8 \pm 12 \%$	$9.3 \pm 15.6 \%$	$11.7 \pm 18.9 \%$

**Tableau 3. 5** – Evolution des propriétés mécaniques de la matrice PP avec la vitesse de déformation

La vitesse de déformation croissant, on observe une rigidification du comportement (augmentation du module apparent), une augmentation du seuil apparent de plasticité ainsi qu'une augmentation de la contrainte maximale. En ce qui concerne l'évolution de la déformation maximale avec la vitesse, les dispersions obtenues ne nous permettent pas de conclure significativement (Tableau 3. 5).

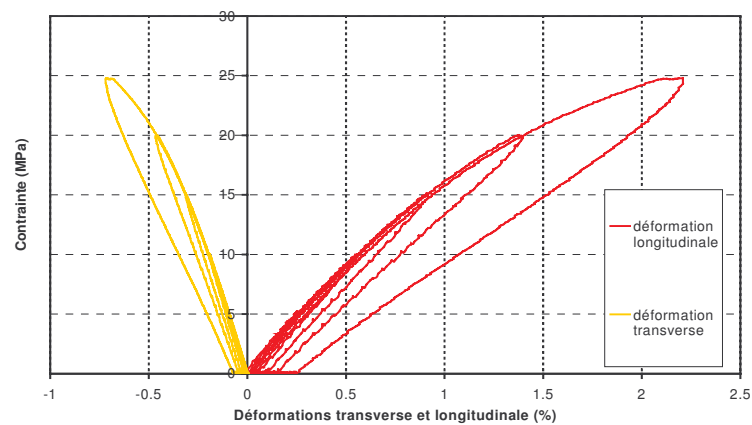


Figure 3. 10 – Essai de charge-décharge en traction à  $1\text{MPa.s}^{-1}$  avec paliers de 5 MPa sur une éprouvette PP

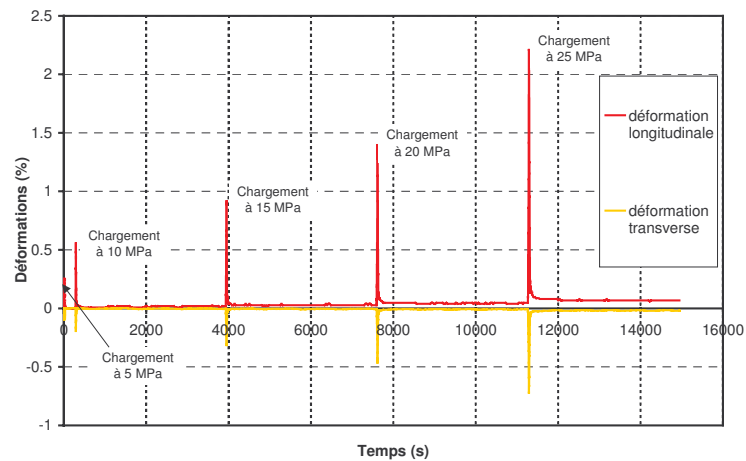


Figure 3. 11 – Essai de charge-décharge en traction à  $1\text{MPa.s}^{-1}$  avec paliers de 5 MPa sur une éprouvette PP

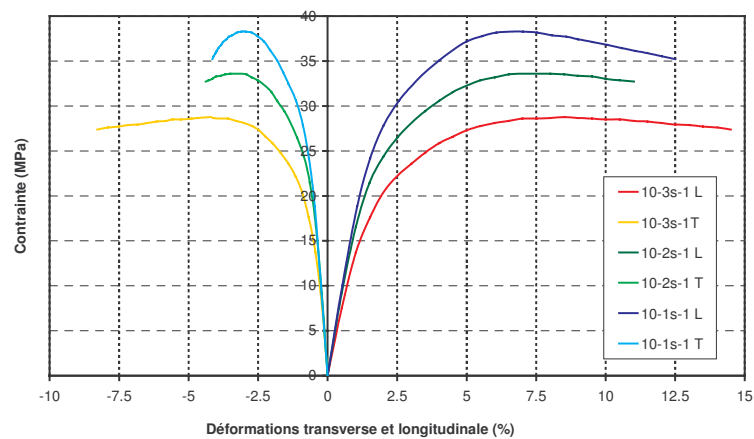


Figure 3. 12 – Essais de traction à différentes vitesses de déformation sur une éprouvette PP

L : longitudinale T : transverse

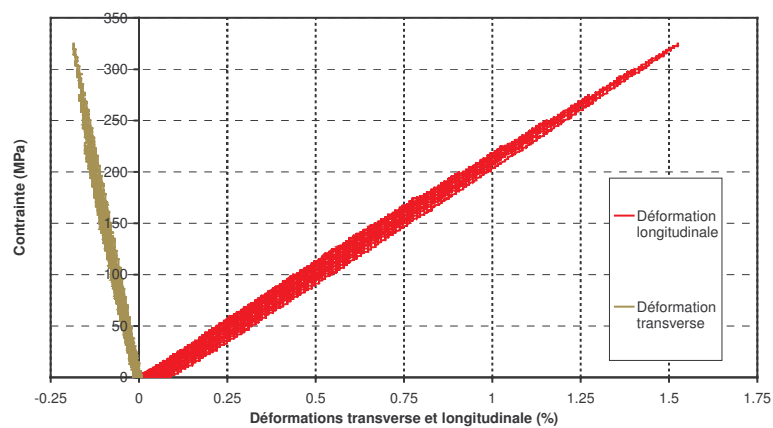
## 3.2 Caractérisation du TWINTEX

### 3.2.1 Caractérisation dans le sens chaîne

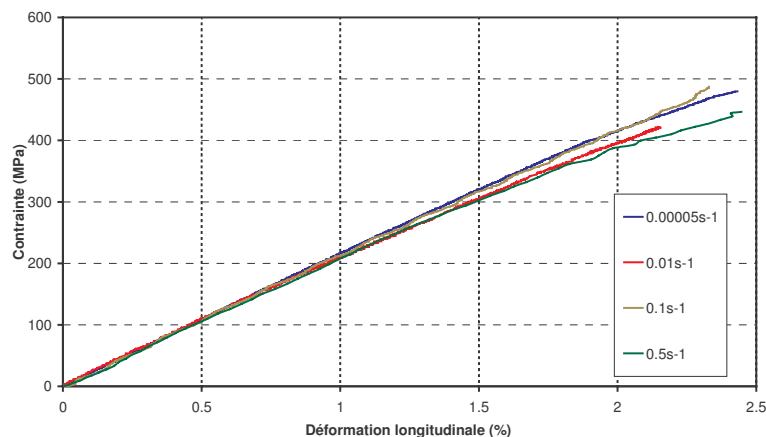
L'essai de charge-décharge en traction (Figure 3. 13) indique un comportement totalement réversible et des effets visqueux négligeables, confirmé par des essais de traction à différentes vitesses (Figure 3. 14). D'autre part, nous n'observons aucun changement de pente qui pourrait être le signe d'un endommagement. Les observations microscopiques menées sur des échantillons prélevés sur des éprouvettes rompues n'ont pas permis de mettre en évidence un phénomène de fissuration intralaminaire prépondérant. Le seul phénomène d'endommagement important est celui de rupture de fibres qui conduit à la ruine du matériau.

L'analyse du comportement en compression a permis de mettre en évidence une légère différence entre les modules d'élasticité en traction ( $23 \text{ GPa} \pm 8 \%$ ) et en compression ( $21.9 \text{ GPa} \pm 10 \%$ ). Cette différence restant cependant du domaine des dispersions expérimentales, nous considérerons par la suite que le module de traction et celui de compression dans le sens chaîne sont identiques.

Si la contrainte moyenne à rupture en traction est de  $428 \pm 7 \%$  Pa, elle est de  $117 \pm 11 \%$  Pa en compression. La rupture en compression est également due à la rupture de fibres, cependant elle s'accompagne du flambement des fibres mais aussi de l'éprouvette.



*Figure 3. 13 – Essai de charge-décharge en traction à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  avec paliers de 25 MPa sur une éprouvette C de TWINTEX*



*Figure 3. 14– Essais de traction à différentes vitesses de déformation  
sur des éprouvettes C de TWINTEX*

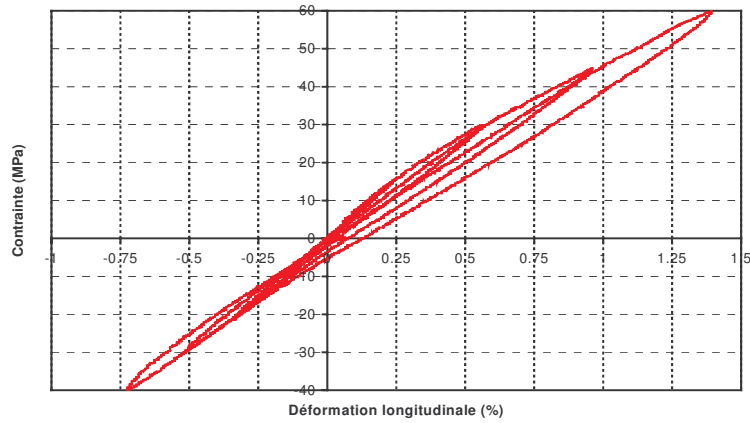
### 3.2.2 Caractérisation dans le sens trame

Pour les éprouvettes T de TWINTEX, les essais présentent plusieurs difficultés. Dans cette direction, il y a quatre fois moins de torons de fibres que dans le sens chaîne. De ce fait, on observe parfois une courbure des torons de trame qui sont moins serrés que les torons de chaîne. Ces ondulations contribuent aux dispersions expérimentales. D'autre part, la déformation transverse est difficile à mesurer car elle est très faible ( $< 0.3 \%$ ).

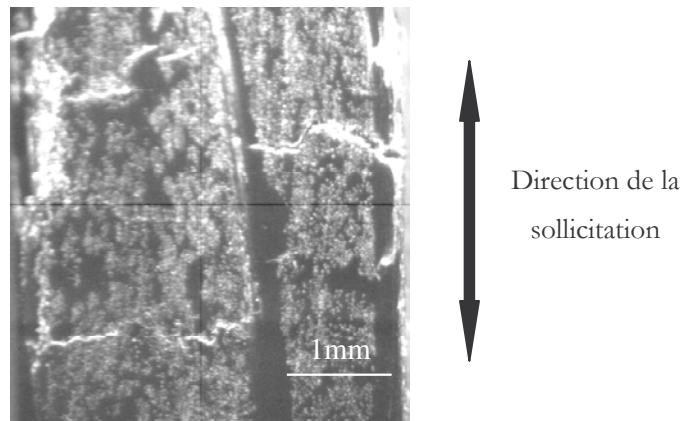
Les essais de charge-décharge en traction et en compression et les essais de traction-compression (Figure 3. 15) sur les éprouvettes T ont permis de mettre en évidence une dissipation d'énergie significative. Des observations microscopiques (Figure 3. 16, Figure 3. 17) révèlent que le matériau s'endommage : des fissures intralaminaires apparaissent dans les torons de chaîne. D'autre part, des phénomènes visqueux sont clairement observés lors des essais de charge-décharge.

Ensuite, les essais de traction-compression montrent un comportement dissymétrique interprété comme étant dû à l'effet unilatéral du dommage.

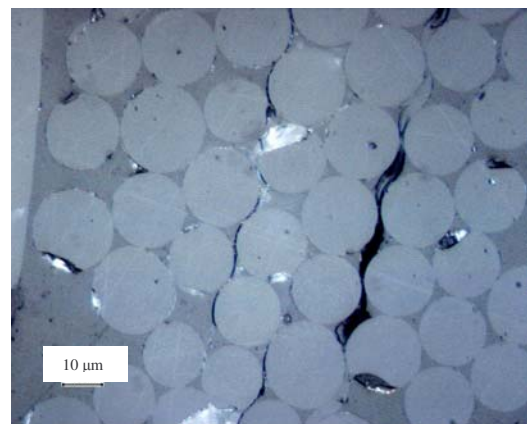
Comme pour le sens chaîne, nous enregistrons une contrainte à rupture en traction ( $107 \pm 11 \text{ MPa}$ ) très différente de celle en compression ( $51 \pm 5 \text{ MPa}$ ). On remarque que la contrainte à rupture en traction pour les éprouvettes T, est à peu près, quatre fois moins élevée que celle enregistrée pour les éprouvettes C. Ce rapport est égal à celui de la fraction volumique de fibres dans chaque direction. Cela montre que la rupture en traction est bien pilotée par la rupture de fibres.



**Figure 3. 15** – Essai de traction-compression à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  avec paliers de 15 MPa en traction et de 10 MPa en compression.  
Essai sur éprouvette T de TWINTEx



**Figure 3. 16** – Fissuration intralaminare.  
Observation de la tranche d'une éprouvette T de TWINTEx, à l'aide d'une caméra CDD, soumise à une charge de 60 MPa lors d'un essai de traction à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$



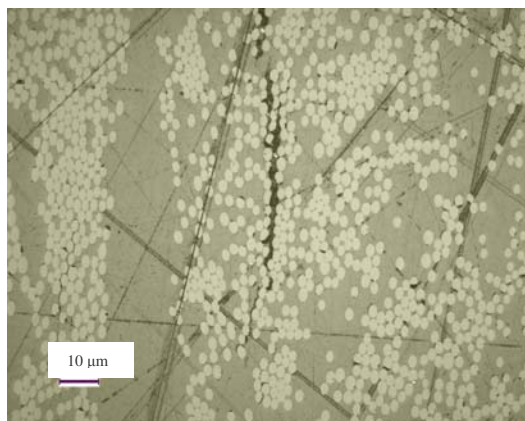
**Figure 3. 17** – Fissuration transverse dans les torons de chaîne.  
Observations microscopiques de la tranche d'une éprouvette T rompue de TWINTEx

### 3.2.3 Caractérisation à 45° - Comportement en cisaillement

Les éprouvettes G ont servi à la caractérisation en cisaillement (§ 2.4). Nous observons clairement, dans cette direction, de nombreux phénomènes dissipatifs. En effet, hors des axes privilégiés d'orthotropie du matériau, c'est le comportement de la matrice qui prédomine. Les essais de charge-décharge à différentes vitesses (Figure 3. 19) rendent compte du caractère élasto-viscoplastique du comportement en cisaillement. Nous observons en effet des boucles d'hystérésis et l'apparition de déformations irréversibles au delà du seuil de plasticité qui est de l'ordre de 5 MPa. D'autre part, nous observons un changement de pente progressif, signe que le matériau s'endommage, notamment par fissuration intralaminare dans les torons de chaîne (Figure 3. 18). Comme pour la matrice, le comportement se rigidifie lorsque la vitesse augmente : on observe un accroissement du module apparent.

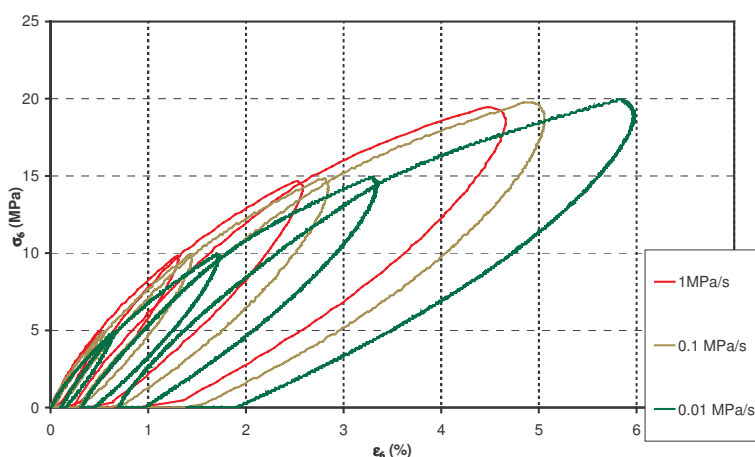
L'essai de traction-compression sur une éprouvette de type G montre que le comportement en cisaillement est indépendant du signe de la sollicitation. Ce résultat est normal pour une sollicitation en cisaillement parce que les fissures, dans ce cas, sont contenues dans le plan de cisaillement (Figure 3. 20).

Enfin, nous avons enregistré une grande dispersion de la valeur à rupture qui se situe autour de 40 MPa  $\pm$  22 %, soit légèrement au-dessus de la valeur de contrainte maximale enregistrée pour les essais sur éprouvettes PP.

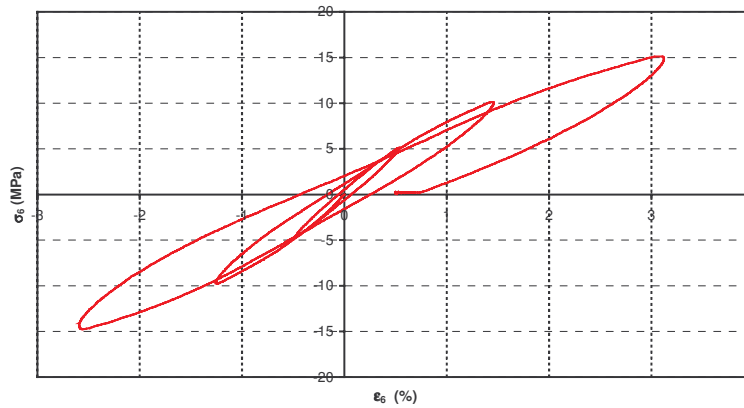


**Figure 3. 18** – Fissuration intralaminare.

*Observation microscopique sur la tranche d'une éprouvette G de TWINTEx rompue*



**Figure 3. 19** – Essais de charge-décharge à différentes vitesses de charge et avec des paliers de 10 MPa sur éprouvettes G de TWINTEx



*Figure 3. 20 – Essai de traction-compression à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  avec paliers de  $10 \text{ MPa}$  sur éprouvette G de TWINTEX*

### 3.3 Caractérisation du PP-FVC

Pour le matériau PP-FVC, la matrice joue un rôle majeur. Les essais réalisés dans le domaine quasi-statique ont permis de mettre en évidence, pour les trois types d'éprouvettes testées, que le PP-FVC présente un comportement de même nature que celui de la matrice, c'est-à-dire élasto-viscoplastique. Notamment les essais de charge-décharge (Figure 3. 21, Figure 3. 24, Figure 3. 26) et les essais de traction-compression (Figure 3. 22, Figure 3. 27) mettent en évidence des boucles d'hystérésis. D'autre part, même si le seuil de plasticité n'est pas le même pour les trois types d'éprouvettes testées, il est notamment plus élevé dans la direction d'écoulement, nous enregistrons des déformations irréversibles dues à la viscoplasticité du matériau.

L'endommagement (décohésion fibres/matrice, fissuration de la matrice...) qui pourrait aussi expliquer la non-linéarité du comportement, n'est pas mis en évidence par les observations microscopiques (observations sur échantillons prélevés sur des éprouvettes rompues, hors de la zone de rupture) (Figure 3. 25). L'analyse des faciès de rupture (Figure 3. 23) montre que les fibres déchaussées sont encore enrobées de matrice, traduisant une bonne adhésion fibre/matrice. Nous n'observons par ailleurs aucun changement de pente lors des décharges. L'endommagement serait donc localisé dans la zone de rupture. Enfin, contrairement aux observations faites pour le matériau TWINTEX, le comportement du PP-FVC est symétrique en traction et en compression dans toutes les directions (Figure 3. 22, Figure 3. 27). Cela conforte notre hypothèse que l'endommagement ne joue pas un rôle majeur, autre part que dans la zone de rupture. Nous n'avons pas mené d'essais en compression sur le PP-FVC parce que les essais de traction-compression nous ont apporté suffisamment d'informations.

Le Tableau 3. 6 montre l'évolution des propriétés mécaniques du PP-FVC avec la vitesse de déformation. Les modules apparents ont été évalués à partir des pentes à l'origine des courbes  $\sigma_1 = f(\epsilon_1)$ ,  $\sigma_1 = f(\epsilon_2)$ ,  $\sigma_2 = f(\epsilon_2)$ ,  $\sigma_6 = f(\epsilon_6)$  que l'on peut tracer à partir des différents essais de traction que nous avons réalisés. On constate une rigidification des modules apparents, une augmentation des contraintes et des déformations à rupture pour les trois types d'éprouvettes. Si l'augmentation de la contrainte à rupture avec la vitesse de sollicitation est un phénomène courant pour plusieurs types de matériaux, l'augmentation de la



déformation à rupture est un phénomène plus particulier. Nous tenterons de donner une explication par la suite (Chapitre 4 § 4.2.2).

Vitesse de déformation	$10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$10^{-1} \text{ s}^{-1}$
$E_1$ apparent (GPa)	$6.34 \pm 9.8 \%$	$6.94 \pm 9.1 \%$
$E_2$ apparent (GPa)	$3.46 \pm 10.9 \%$	$3.66 \pm 10 \%$
$\nu_{12}$ apparent	$0.56 \pm 8.9 \%$	$0.44 \pm 10 \%$
$G_{12}$ apparent (GPa)	$1.21 \pm 5.5 \%$	$1.44 \pm 5 \%$
$\sigma_1$ R (MPa)	$74.6 \pm 11 \%$	$99 \pm 6.4 \%$
$\epsilon_1$ R (%)	$2.07 \pm 3.80 \%$	$2.35 \pm 10 \%$
$\sigma_2$ R (MPa)	$46.5 \pm 11.3 \%$	$49.9 \pm 10.8 \%$
$\epsilon_2$ R (%)	$2.13 \pm 11 \%$	$2.4 \pm 18 \%$
$\sigma_{45}$ R (MPa)	$48.5 \pm 5.10 \%$	$66 \pm 9.5 \%$
$\epsilon_{45}$ R (%)	$2.6 \pm 12.80 \%$	$3.2 \pm 11.20 \%$

Tableau 3. 6 – Evolution des propriétés mécaniques du PP-FVC avec la vitesse de déformation

### 3.3.1 Caractérisation à $0^\circ$ de la direction d'écoulement

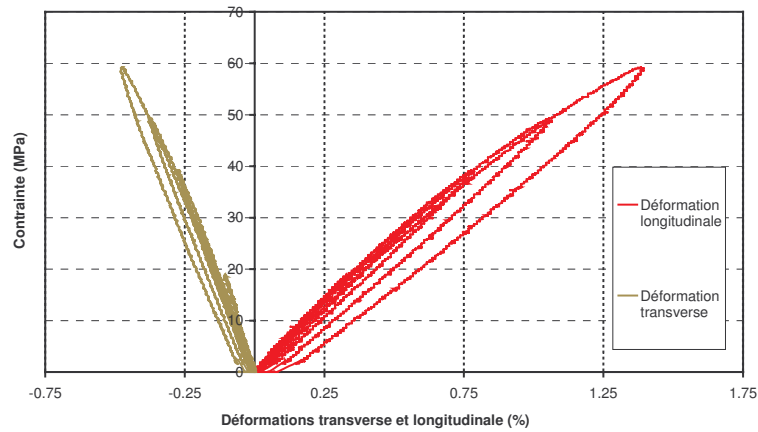


Figure 3. 21 – Essais de charge-décharge à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  et avec des paliers de 10 MPa sur éprouvettes de PP-FVC à  $0^\circ$

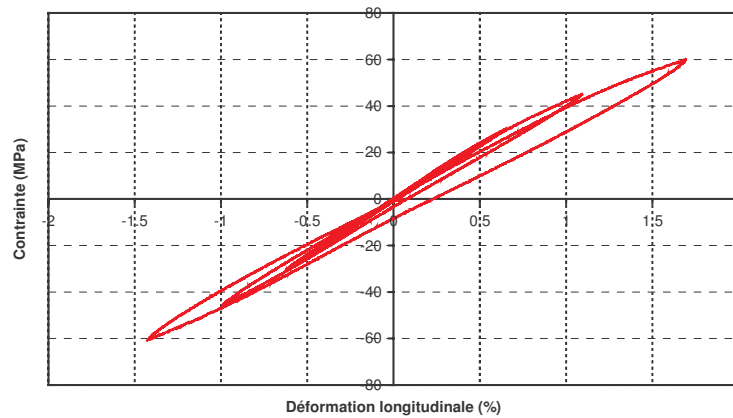


Figure 3. 22 – Essais de traction-compression à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  et avec des paliers de 15 MPa sur éprouvettes de PP-FVC à  $0^\circ$

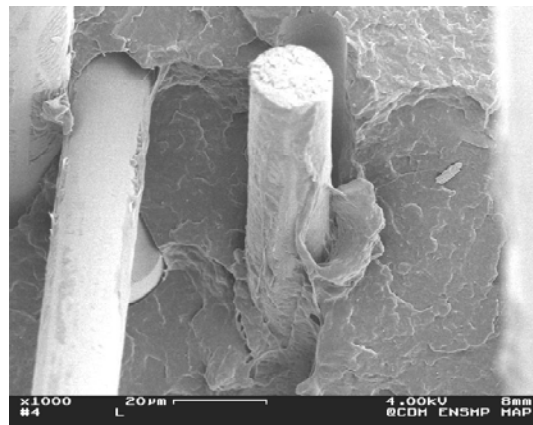


Figure 3. 23 – Observation au MEB du faciès de rupture d'une éprouvette de PP-FVC à  $0^\circ$  rompue

### 3.3.2 Caractérisation à $90^\circ$ de la direction d'écoulement

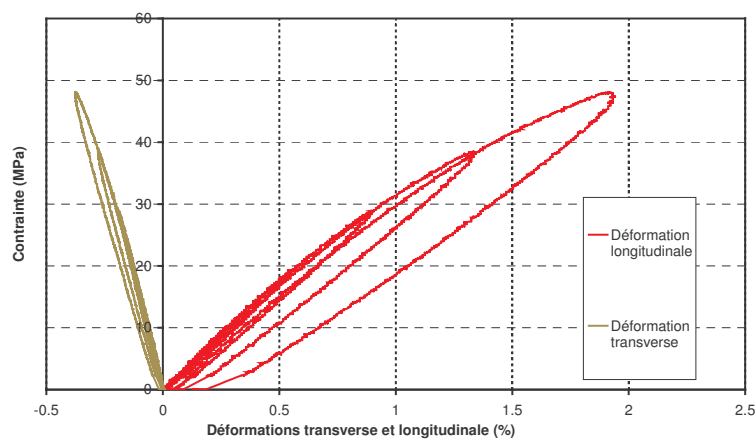
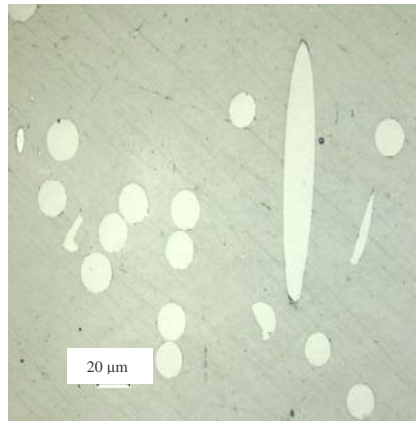


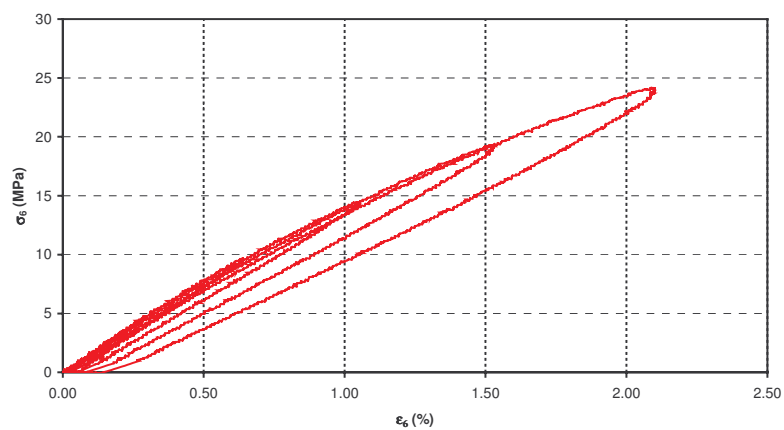
Figure 3. 24 – Essais de charge-décharge à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  avec des paliers de 10 MPa sur éprouvettes de PP-FVC à  $90^\circ$



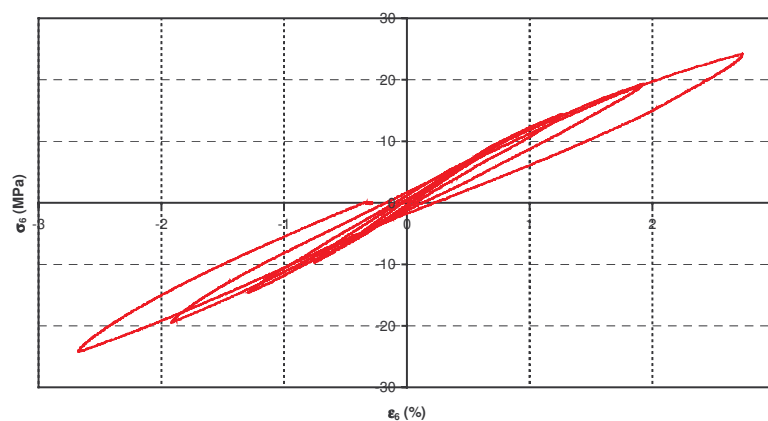
**Figure 3. 25** – Bonne adhérence fibre-matrice

Observation par microscopie optique sur éprouvette de PP-FVC à 90° rompue

### 3.3.3 Caractérisation à 45° de la direction d'écoulement – Comportement en cisaillement



**Figure 3. 26** – Essais de charge-décharge à 1 MPa.s<sup>-1</sup> avec des paliers de 10 MPa sur éprouvettes de PP-FVC à 45°



**Figure 3. 27** – Essais de traction-compression à 1 MPa.s<sup>-1</sup> avec des paliers de 10 MPa sur éprouvettes de PP-FVC à 45°

## 4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons caractérisé le comportement du TWINTEX et du PP-FVC pour des sollicitations quasi-statiques. Les différents essais réalisés ainsi que les observations microscopiques nous permettent de faire les conclusions suivantes :

- pour le TWINTEX, le comportement observé est très anisotrope. Dans la direction de la chaîne, le comportement est élastique linéaire. Le seul phénomène d'endommagement prépondérant est la rupture de fibres. Pour des sollicitations dans la direction de la trame, nous avons mis en évidence des phénomènes viscoélastiques et de l'endommagement par fissuration intralaminare. La rupture de fibres est à l'origine de la rupture du matériau dans cette direction. Le comportement en cisaillement met quant à lui en évidence des phénomènes viscoélastiques, viscoplastiques et d'endommagement par fissuration intralaminare ;
- pour le PP-FVC, les trois types d'éprouvettes testées ont révélé des comportements de même nature : élasto-viscoplastique. Nous n'avons pas mis en évidence de phénomènes d'endommagement prépondérants, une bonne adhésion entre les fibres et la matrice ayant été observée.



# CHAPITRE 4

## CARACTERISATION EN DYNAMIQUE

### 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons l'étude réalisée pour caractériser le comportement des matériaux TWINTEX et PP-FVC sollicités à des vitesses de déformation comprises entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ .

Il n'existe pas une méthode expérimentale unique qui permette de balayer toute cette gamme de vitesse. Deux montages expérimentaux ont été utilisés, permettant de solliciter les matériaux en traction : un pour les essais à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et à  $1 \text{ s}^{-1}$  et un pour les essais à  $10 \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . Le montage réalisé pour les essais à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et à  $1 \text{ s}^{-1}$  s'inspire de celui pour les essais plus rapides.

Notons que les éprouvettes de caractérisation du TWINTEX et du PP-FVC pour ces essais à vitesse rapide sont de mêmes dimensions que les éprouvettes utilisées pour les essais de traction en quasi-statique (Chapitre 3 § 2.3). Les moyens expérimentaux ne nous ont cependant pas permis de caractériser le comportement du TWINTEX dans le sens chaîne pour des vitesses de sollicitation supérieures à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

### 2 L'essai de traction à vitesse rapide ( $\dot{\epsilon} \geq 10 \text{ s}^{-1}$ )

#### 2.1 Description du dispositif expérimental

Les essais de traction les plus rapides ( $\geq 10 \text{ s}^{-1}$ ) ont été réalisés au sein de la société SME (SNPE Matériaux Energétiques) à Vert le Petit dans le laboratoire d'essais mécaniques dirigé par Monsieur Patrick Racimor.

La machine utilisée est une machine de marque ZWICK, de capacité 20 kN. La course du vérin est de 300 mm et la machine peut atteindre une vitesse maximum de déplacement de  $20 \text{ m.s}^{-1}$ .

Sur la Figure 4. 2 est schématisé le dispositif expérimental. A son extrémité haute, l'éprouvette est arrimée, proche de la cellule de charge. A l'extrémité basse de l'éprouvette, le mors est relié à la tige du lanceur. L'essai se décompose de la façon suivante :

- le corps du lanceur, relié au vérin, accélère jusqu'à atteindre une vitesse de déplacement constante (course maximale de l'ordre de 180 mm) ;

- il vient ensuite accrocher la tige : il y a alors choc et transmission des efforts à l'éprouvette. Celle-ci, après un régime transitoire, est soumise à une vitesse de déplacement constante jusqu'à rupture .

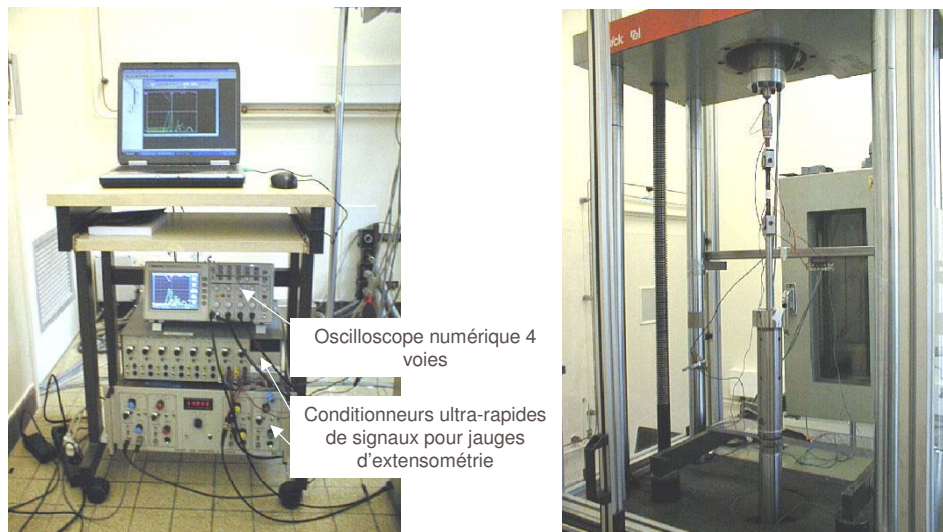


Figure 4. 1 – Système d'acquisition des signaux et dispositif expérimental

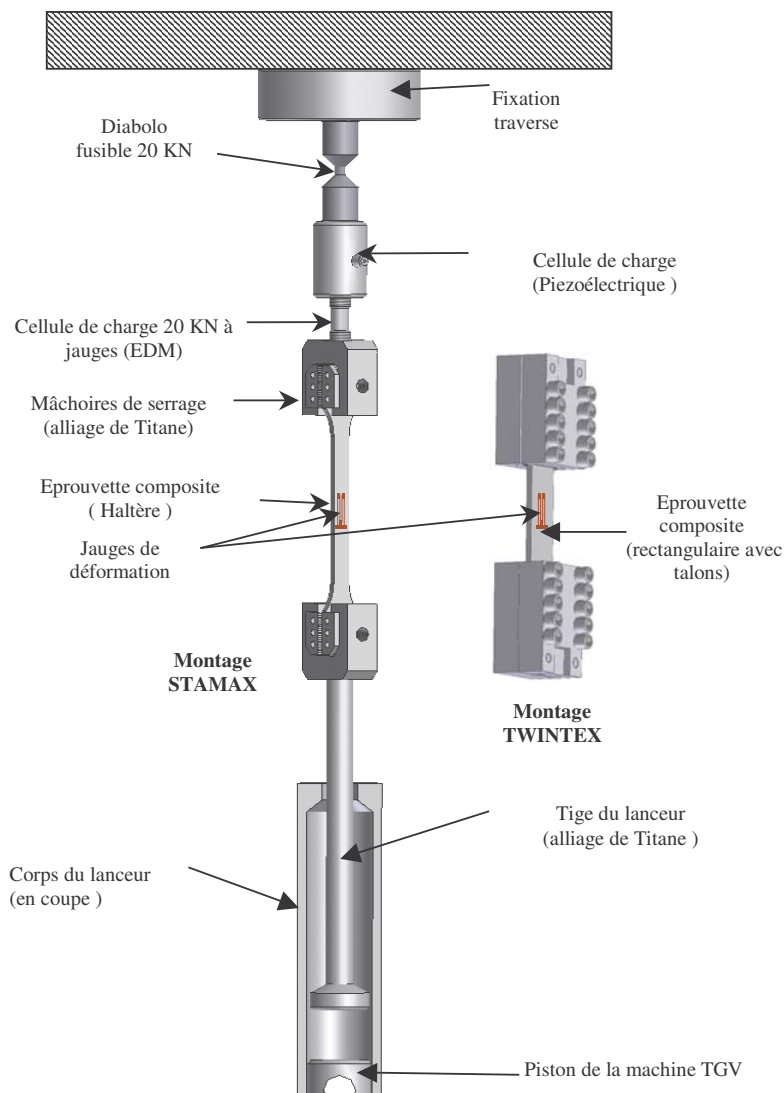


Figure 4. 2 – Schéma du dispositif expérimental pour l'essai de traction à vitesse rapide

## 2.2 Mesures des contraintes et des déformations

La machine est équipée d'un capteur de charge Kistler mais celui-ci « voit » davantage d'oscillations que le matériau. Il enregistre en effet toutes les vibrations du système. L'acquisition du signal de charge est donc réalisée à l'aide d'une cellule de charge à jauges conçue au Centre des Matériaux de l'ENSMC placée juste au dessus de l'éprouvette. Les déformations des éprouvettes sont mesurées dans le sens de la traction et dans le sens perpendiculaire à la traction à l'aide de jauges de déformation collées en regard l'une de l'autre sur chaque face de l'éprouvette. L'acquisition des signaux de charge et de déformation se fait à l'aide de conditionneurs ultra-rapides pour jauges d'extensométrie. Enfin, l'enregistrement est réalisé grâce à un oscilloscope numérique à 4 voies avec une fréquence d'acquisition de 1 MHz (Figure 4. 1).

Les signaux de charge et de déformation enregistrés par l'oscilloscope présentent un décalage temporel dû à la mise en charge de l'éprouvette et aux effets d'inertie du système. Si celui-ci est négligeable pour les essais à  $10 \text{ s}^{-1}$ , il devient relativement important pour les essais à  $100 \text{ s}^{-1}$ . Ces derniers durent en effet entre  $250 \mu\text{s}$  et  $300 \mu\text{s}$  et le décalage temporel observé est de l'ordre de  $70 \mu\text{s}$  (Figure 4. 3).

Pour obtenir le comportement du matériau, nous devons recaler les signaux de charge et de déformations. Etant donné que les champs de contraintes et de déformations ne sont pas instantanément uniformes, il est nécessaire de justifier ce recalage. C'est l'objet des paragraphes suivants.

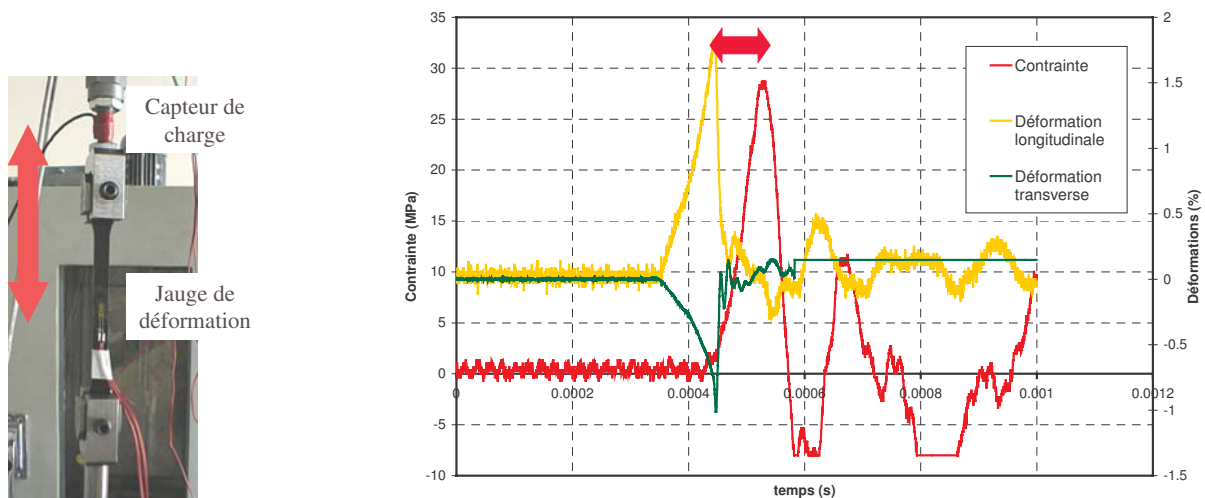


Figure 4. 3 – Décalage temporel entre les mesures de charge et de déformations

### 2.3 Les difficultés de l'essai de traction à vitesse rapide

Les difficultés de l'étude d'un essai à vitesse rapide résident dans son analyse et notamment dans la nécessité de découpler les effets de « structure » des effets propres au « matériau ».

Lors d'un essai en quasi-statique, la vitesse de déformation est faible et instantanément semblable en tout point. Les champs de contraintes et de déformations sont homogènes pendant toute la durée de l'essai, l'équilibre est permanent (Figure 4. 4 a), nous avons donc directement accès au comportement du matériau.

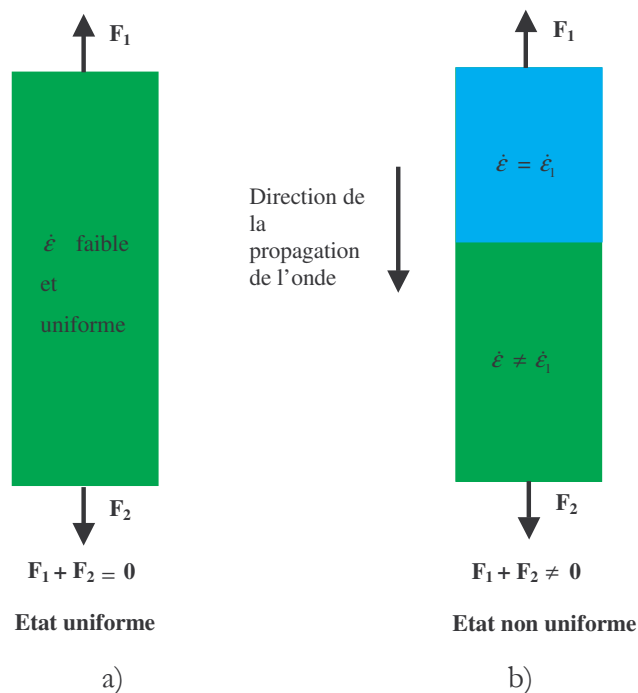
Les essais dynamiques supposent implicitement l'existence non négligeable des effets d'inertie et donc des phénomènes de propagation qui influencent l'analyse et l'obtention du comportement du matériau : il y a



en présence des effets locaux à l'échelle de la matière et des effets globaux à l'échelle de la structure dont le couplage est a priori complexe [Lataillade 2001].

A cause des effets d'inertie, les champs de contraintes et de déformations ne sont pas uniformes instantanément. Lorsque le corps du lanceur vient accrocher la tige, il y a transmission des efforts à l'éprouvette en un temps très bref. C'est le régime transitoire pendant lequel la vitesse de déplacement de l'éprouvette à son extrémité basse, initialement nulle, atteint la vitesse de déplacement souhaitée ( $>1 \text{ m.s}^{-1}$ ). La vitesse de déformation, les champs de contraintes et de déformations ne sont pas uniformes dans l'éprouvette (Figure 4. 4 b).

L'objectif des différents réglages de l'essai de traction à vitesse rapide (vitesse de déplacement du vérin, longueur de la course, dimensionnement des éprouvettes...) est de faire en sorte qu'au-delà du temps de mise en équilibre, l'éprouvette soit dans un état quasi-statique afin d'avoir accès au comportement du matériau.



**Figure 4. 4**– Uniformité (a) ou non (b) des champs de vitesses de déformation lors d'un essai de traction [Pardo 2001]

## 2.4 Propagation des ondes de chargement et état de contraintes uniforme

### 2.4.1 Réflexion et transmission de l'onde de chargement en propagation viscoélastique

L'état uniforme des champs de contrainte et de déformation dans l'éprouvette, qui nous permet d'accéder au comportement du matériau ne sera atteint que si le temps nécessaire à l'amortissement des ondes de contraintes, qui provoquent le déséquilibre des forces, est court par rapport au temps pendant lequel l'éprouvette est sollicitée. La vitesse de propagation des ondes longitudinales et transversales dans le matériau est donc à prendre en compte afin de vérifier l'équilibre du chargement global. Chaque onde qui se propage

dans l'échantillon est en effet réfléchi et/ou transmise au changement d'impédance entre deux milieux (mors d'accrochage de l'éprouvette par exemple).

A chaque éprouvette, on peut associer un module élastique longitudinal que l'on notera  $E$ . Chaque matériau est également caractérisé par une masse volumique  $\rho$ . La vitesse de propagation de l'onde longitudinale dans une éprouvette peut être estimée par la formule suivante :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.1)$$

L'impédance  $Z_{\text{comp}}$  de l'éprouvette peut quant à elle être estimée par la formule suivante :

$$Z_{\text{comp}} = \rho \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.2)$$

Le mors d'accrochage de l'éprouvette est élaboré à partir d'un alliage de titane mais les mâchoires sont en acier. Le capteur de charge est lui en acier. En considérant que le module d'Young de l'acier est de 210 GPa et sa masse volumique de 7800 kg.m<sup>-3</sup>, son impédance  $Z_{\text{acier}}$  est de 40.4 10<sup>6</sup> kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup>.

Le rapport des impédances des deux matériaux est donné par :

$$r = \frac{Z_{\text{comp}}}{Z_{\text{acier}}} \quad (4.3)$$

A chaque réflexion de l'onde, un pourcentage de l'intensité physique de celle-ci  $\alpha_t$  n'est pas réfléchi mais transmise. Le coefficient de transmission de l'onde est alors donné par [Azou 1979] :

$$\alpha_t = \frac{4r}{(1+r)^2} \quad (4.4)$$

D'autre part, si l'on considère que les matériaux étudiés sont viscoélastiques (en faisant abstraction de la viscoplasticité), il y a perte d'énergie lors d'un aller-retour de l'onde de contrainte. Celle-ci s'exprime en fonction de l'angle de perte  $\varphi$  :

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\pi \sin \varphi \quad (4.5)$$

Pour une matrice polypropylène renforcée,  $\sin \varphi \approx 0.03$ .

Or si  $A$  est l'amplitude de l'onde de contrainte, on a :

$$\frac{\Delta W}{W} = 2 \frac{\Delta A}{A} \quad (4.6)$$

Cela nous permet dans le Tableau 4. 1 d'estimer le temps nécessaire pour que l'amplitude de onde de contrainte provoquée par la mise en charge soit atténuée de 90 % dans l'éprouvette et que l'on puisse considérer que les champs de contrainte et déformations soient uniformes.

Les essais de traction les plus rapides à 100 s<sup>-1</sup> réalisés sur les matériaux TWINTX et PP-FVC durent entre 250  $\mu$ s et 300  $\mu$ s. On constate ainsi qu'à part pour les éprouvettes T de PP-FVC à 90° et à 45°, on n'aura pas atteint l'état uniforme des champs de contraintes et de déformations avant la fin de l'essai. Pour les éprouvettes G de TWINTX, le comportement sera certainement non linéaire avant que l'onde de contrainte ne soit atténuée.

Toutefois cette étude de propagation de l'onde ne tient compte que du changement d'impédance entre les mors et les éprouvettes et pas de la mise en charge. Nous allons alors réaliser une autre étude de la montée en charge par simulation numérique (§ 2.4.2) mais cette fois-ci nous ne pourrions pas prendre pas en compte les changements d'impédance : nous supposerons une réflexion totale de l'onde.

Type d'éprouvette	E (Gpa)	$\rho$ (g.cm <sup>-3</sup> )	c (m.s <sup>-1</sup> )	Nombre d'allers-retours de l'onde nécessaire pour qu'il ne reste plus que 10 % de l'amplitude de l'onde initiale	Temps avant stabilisation (μs)
Twintex sens trame	10	1.5	2581	1.5	92
Twintex 45°	4	1.5	1632	2	195
PP-FVC à 0°	7.2	1.1	2558	1.5	140
PP-FVC à 45°	4	1.1	1906	2.5	314
PP-FVC à 90°	4	1.1	1906	2.5	314

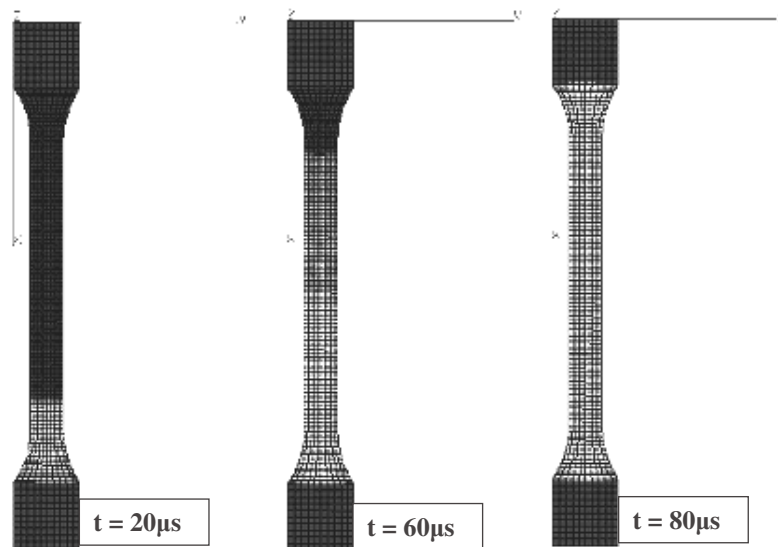
*Tableau 4. 1 – Stabilisation de l'onde de chargement au cours de l'essai à vitesse rapide*

#### 2.4.2 Simulation de l'essai de traction à vitesse rapide

Afin de pouvoir justifier que la charge et les déformations mesurées nous permettent d'obtenir le comportement du matériau, nous avons réalisé une simulation numérique de l'essai en contraintes planes avec le logiciel ZéBuLoN en tenant compte des effets d'inertie. Afin que le calcul soit le plus pénalisant quant aux phénomènes à appréhender, le comportement du matériau est choisi élastique anisotrope. En effet, il est le moins amortissant, donc le plus pénalisant par rapport à l'étude menée ici sur l'uniformité des champs de contraintes et de déformations.

Nous faisons toutefois certaines hypothèses pour la modélisation des conditions aux limites. On suppose en effet que la réflexion de l'onde de contrainte aux extrémités de l'éprouvette est totale. L'éprouvette est encastree à son extrémité haute et un déplacement est imposé à son extrémité basse. Durant le régime transitoire, la vitesse du déplacement imposé, initialement nulle, varie proportionnellement au temps. Par la suite, elle est constante et égale à la vitesse souhaitée. La durée du régime transitoire a été estimée entre 10<sup>-5</sup> s et 10<sup>-4</sup> s à l'aide des courbes  $\epsilon_L = f(t)$ . Pour les essais à 10 s<sup>-1</sup>, la durée du régime transitoire est inférieure à 5 % de la durée de l'essai. En revanche, pour les essais à 100 s<sup>-1</sup>, elle peut atteindre 50 % de cette durée.

Sur la Figure 4. 5 est représentée la simulation d'un essai de traction sur une éprouvette de PP-FVC à  $0^\circ$  à  $100 \text{ s}^{-1}$  avec un régime transitoire de  $10^{-4} \text{ s}$ . La durée de l'essai est de  $250 \mu\text{s}$ . Les champs de contraintes sont donnés pour trois dates différentes. On observe que s'ils sont non uniformes au début de l'essai, ils tendent à s'uniformiser. Cela explique, en début d'essai, le décalage qui peut exister entre la mesure de la charge et celle de la déformation. Toutefois cela correspond à une zone de la courbe  $\sigma_L = f(\epsilon_L)$  où le comportement du matériau est quasi-élastique. Pour  $t > 75 \mu\text{s}$ , les champs de contraintes et de déformations dans la zone utile sont uniformes. Les mesures enregistrées nous donnent accès au comportement du matériau.



**Figure 4. 5** – Simulation d'un essai de traction à  $100 \text{ s}^{-1}$

*Représentation de la contrainte dans la direction de sollicitation*

## 2.4.□ Conclusions

Nous avons réalisé deux études différentes (§ 2.4.1 § 2.4.2) de la mise en charge de l'éprouvette lors de l'essai de traction à vitesse rapide, l'une prenant en compte la réflexion et de la transmission de l'onde de chargement lors des changements d'impédance (mors/éprouvette) sans tenir compte du déplacement imposé à l'extrémité basse de l'éprouvette, l'autre présentant une simulation numérique de l'essai en supposant une réflexion totale de l'onde aux extrémités de l'éprouvette permettant d'appréhender les effets du régime transitoire. Les deux études nous permettent d'appréhender une estimation du temps nécessaire pour obtenir un champ des contraintes et des déformations uniforme. Nous obtenons des valeurs différentes par les deux calculs. Ce temps est en fait certainement inférieur aux estimations que nous avons pu faire, les effets dus à la mise en charge et aux phénomènes de réflexion/transmission de l'onde de contrainte se superposant en réalité.

### 3 Les essais de traction à $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ et à $1 \text{ s}^{-1}$

Les essais de traction à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et à  $1 \text{ s}^{-1}$  ont été réalisés sur la machine de fatigue (chapitre 3 § 2.2) avec des mors mécaniques classiques. La vitesse maximale du vérin est de  $200 \text{ mm.s}^{-1}$ . Cependant, pour la réalisation de ces essais, l'inertie du système étant grande, une adaptation du montage a été développée sur le même schéma que le montage de l'essai de traction à grande vitesse. Ainsi, nous avons intercalé, entre le mors et le vérin un lanceur de course maximale de 10mm qui permet de démarrer l'essai lorsque la vitesse du vérin est constante.

## 4 Résultats expérimentaux en dynamique

### 4.1 Caractérisation de la matrice

Les essais de caractérisation en dynamique sur la matrice PP ont permis de mettre en évidence une fragilisation du comportement avec l'augmentation de la vitesse de déformation (Figure 4. 6). Par rapport aux essais quasi-statiques, il y a eu augmentation du module apparent. Cependant, aux dispersions expérimentales près, on observe que la vitesse de sollicitation n'a pas d'influence sur celui-ci pour des vitesses supérieures à  $1 \text{ s}^{-1}$  (Tableau 4. 2). Un fait notable également est la chute très importante de la déformation à rupture qui est de  $11.7 \pm 18.9 \%$  à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et qui tombe à  $2.28 \pm 19.75 \%$  à  $1 \text{ s}^{-1}$  pour ne plus évoluer par la suite. Par ailleurs la contrainte maximale enregistrée lors de l'essai est désormais la contrainte à rupture. Le comportement de la matrice devient fragile. Il semblerait donc qu'il y ait un changement de nature du comportement de la matrice entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $1 \text{ s}^{-1}$ . Par ailleurs à partir de  $1 \text{ s}^{-1}$ , on n'observe plus de palier de charge. La contrainte à rupture quant à elle chute entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $1 \text{ s}^{-1}$  pour réaugmenter par la suite entre  $1 \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . Cela nous amène à conclure qu'à partir de  $1 \text{ s}^{-1}$ , l'essai est trop rapide pour la matière puisse se réorganiser : la viscosité de la matrice ne peut plus s'exprimer.

Vitesse de déformation	$10^{-1} \text{ s}^{-1}$	$1 \text{ s}^{-1}$	$10 \text{ s}^{-1}$	$100 \text{ s}^{-1}$
<b>E apparent (GPa)</b>	$1.78 \pm 1.7 \%$	$2.57 \pm 1 \%$	$2.38 \pm 10.9 \%$	$2.21 \pm 8.2 \%$
<b><math>\nu</math> apparent</b>	$0.42 \pm 1.54 \%$	$0.47 \pm 23.9 \%$	$0.29 \pm 39.7 \%$	$0.41 \pm 19.3 \%$
<b><math>\sigma_R</math> (MPa)</b>	$37.6 \pm 1.75 \%$	$28 \pm 7.9 \%$	$29.08 \pm 6 \%$	$34.16 \pm 18 \%$
<b><math>\epsilon_R</math> (%)</b>	$11.7 \pm 18.9 \%$	$2.28 \pm 19.75 \%$	$2 \pm 13.75 \%$	$2.26 \pm 19.2 \%$

*Tableau 4. 2 – Evolution des propriétés mécaniques de la matrice PP en dynamique*

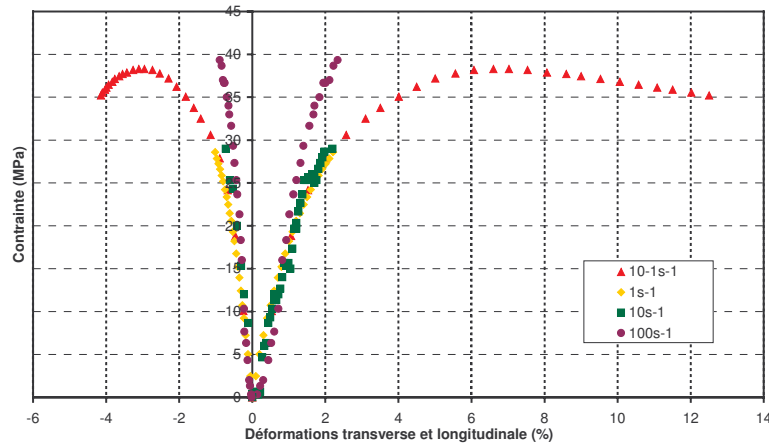


Figure 4. 6 – Essais de traction à différentes vitesses de sollicitation entre  $10^{-1} s^{-1}$  et  $100 s^{-1}$  sur éprouvettes de matrice PP

## 4.2 Caractérisation du TWINTEX

### 4.2.1 Caractérisation dans le sens chaîne

Pour les éprouvettes découpées dans le sens chaîne, les essais ont été uniquement menés à faibles vitesses de sollicitation car ces essais ont mis en évidence un comportement élastique linéaire fragile : l'influence de la vitesse est absente. Nous supposons que cette caractéristique reste valable pour des sollicitations dynamiques. En revanche, nous ne sommes pas en mesure de conclure en ce qui concerne l'évolution des caractéristiques à rupture du matériau lorsque la vitesse de sollicitation augmente.

### 4.2.2 Caractérisation dans le sens trame

Des difficultés d'analyse pour les essais sur éprouvettes de type T sont apparues : une grande dispersion des résultats et une déformation transverse très faible donc difficile à évaluer. L'évolution des propriétés mécaniques obtenues à partir des essais sur éprouvettes T et G est synthétisée dans le Tableau 4. 3. Il est important de noter que les valeurs indiquées pour les modules apparents à  $100 s^{-1}$  sont plus faibles qu'à des vitesses moindres. Nous pensons que cela ne reflète pas une propriété du matériau mais est dû aux difficultés de réalisation de l'essai à  $10 s^{-1}$  et au fait que, comme nous l'avons déjà expliqué (§ 2.2) , nous sommes obligés pour cet essai de recaler les signaux de charge et de déformation.

Sur la Figure 4. 7 sont reportées les courbes contrainte/déformations des essais de traction à vitesses rapides. Nous pouvons faire les conclusions suivantes :

- on n'observe aucune influence de la vitesse sur le comportement (aux dispersions expérimentales près). Par rapport aux essais quasi-statique, il y a saturation des phénomènes visqueux ;
- le phénomène dissipatif prépondérant est l'endommagement par fissuration intralaminare suivi du délaminage de la structure (Figure 4. 8). La ruine de la structure vient de la rupture des fibres.
- la contrainte et la déformation à rupture augmentent avec la vitesse de sollicitation.

L'explication de ces derniers phénomènes pourrait se trouver dans la nature même de l'essai : l'accroissement brusque de sollicitation au sein de l'éprouvette, lors de l'accrochage du corps du lanceur avec

la tige, provoque au sein de la résine, la destruction de sous-structures par rupture des liaisons de faible énergie. Cet accroissement est très dépendant de la rapidité d'application des efforts sur l'éprouvette qui est en général importante. L'onde qui se propage globalement dans la direction et au sein des fibres, permettrait alors une coalescence rapide des micro-défauts situés à l'interface fibres/matrice et générerait localement des micro-décollements autour des fibres. Ces zones fragilisées seraient alors plus propices à l'émergence des caractéristiques comportementales des fibres [Rozyski 2000].

Vitesse de déformation	$10^{-1} \text{ s}^{-1}$	$1 \text{ s}^{-1}$	$10 \text{ s}^{-1}$	$100 \text{ s}^{-1}$
$E_2$ apparent (GPa)	$10.28 \pm 18.52 \%$	$9.6 \pm 12.2 \%$	$9.45 \pm 16 \%$	$7.65 \pm 17.1 \%$
$\nu_{21}$ apparent	$0.07 \pm 79.3 \%$	$0.095 \pm 22.3 \%$	$0.06 \pm 35 \%$	$0.02 \pm 45.7 \%$
$G_{12}$ apparent (GPa)	$1.94 \pm 5.34 \%$	$1.56 \pm 7.19 \%$	$1.69 \pm 32 \%$	$1.08 \pm 37.3 \%$
$\sigma_2$ R (MPa)	$113 \pm 14.8 \%$	$104.3 \pm 26 \%$	$123.9 \pm 4 \%$	$190 \pm 5 \%$
$\epsilon_2$ R (%)	$2.64 \pm 20.03 \%$	$3.19 \pm 4.2 \%$	$3.29 \pm 9.48 \%$	$3.43 \pm 3.1 \%$
$\sigma_{45}$ R (MPa)	$79.46 \pm 14.8 \%$	$61.9 \pm 17.50 \%$	$66.3 \pm 17 \%$	$90.54 \pm 13 \%$
$\epsilon_{45}$ R (%)	$5.51 \pm 9.08\%$	$5.8 \pm 57.90\%$	$4.43 \pm 19\%$	$4.12 \pm 26 \%$

Tableau 4. □ – Evolution des propriétés mécaniques du TWINTEX pour des vitesses de déformation intermédiaires

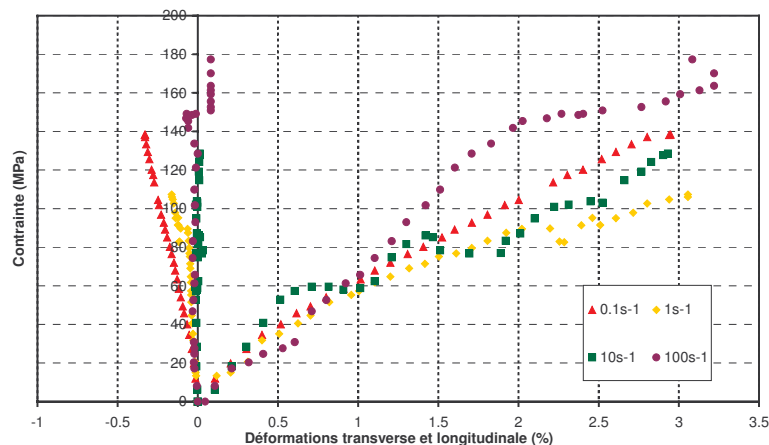


Figure 4. 7 – Essais de traction à différentes vitesses de sollicitation entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$  sur éprouvettes T de TWINTEX



Figure 4. 8 – Eprouvette T de TWINTEX après essai de traction à  $100 \text{ s}^{-1}$  : observation du délamination

#### 4.2.□ Caractérisation à 45° - Comportement en cisaillement

L'analyse du comportement en cisaillement du TWINTEX sollicité à des vitesses rapides, nous conduit à des conclusions similaires à l'analyse des essais sur éprouvettes dans le sens trame : il y a saturation des phénomènes visqueux (Figure 4. 9)(Tableau 4. 3). Plus les essais sont rapides, moins le matériau a le temps de s'accommoder. Il y a un retard de la viscosité. Ainsi le seuil de plasticité est repoussé. En revanche, les mesures enregistrées et la dispersion des résultats ne nous permettent pas de conclure sur les propriétés à rupture. Toutefois, il semble qu'il y ait augmentation de la contrainte à rupture et diminution de la déformation à rupture avec la vitesse de sollicitation pour les éprouvettes G. Dans cette direction, c'est le comportement de la matrice qui prédomine : il y a rigidification du comportement de la matrice polymère avec la vitesse de sollicitation.

Le phénomène dissipatif qui reste prépondérant est la fissuration intralaminare suivi, comme dans le sens trame, d'un délaminage de la structure (Figure 4. 10). La viscoplasticité reste présente mais le seuil de plasticité est repoussé avec l'augmentation de la vitesse de sollicitation.

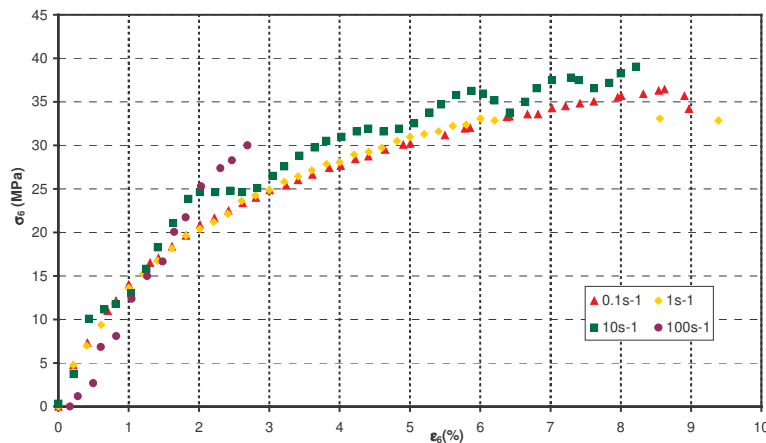


Figure 4. 9 – Essais de traction à différentes vitesses de sollicitation entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$  sur éprouvettes G de TWINTEX

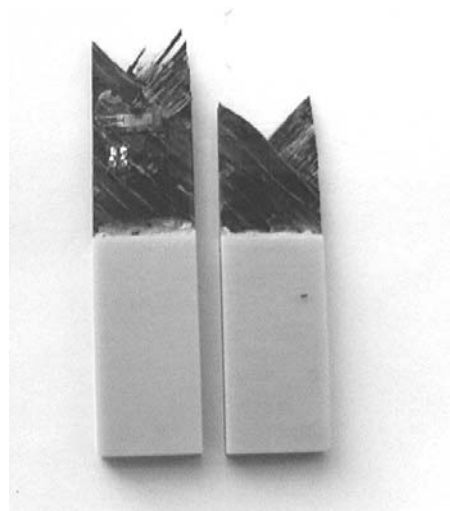


Figure 4. 10 – Eprouvette G de TWINTEX après essai de traction à  $100 \text{ s}^{-1}$  : observation du délaminage



#### 4.1 Caractérisation du PP-FVC

L'évolution des propriétés mécaniques du PP-FVC avec la vitesse de déformation est synthétisée dans le Tableau 4. 4. Notons que, comme pour le TWINTEX, les modules apparents à  $100 \text{ s}^{-1}$  sont plus faibles qu'à des vitesses moindres. Cela est dû aux difficultés du recalage des signaux de charge et de déformation enregistrés lors de l'essai de traction à  $100 \text{ s}^{-1}$ . Nous observons également une dispersion relativement importante des résultats notamment au niveau de la rupture. Pour les trois types d'éprouvettes testées, nous observons une rigidification du comportement avec la vitesse de sollicitation (Figure 4. 11, Figure 4. 13, Figure 4. 14). Cependant, nous avons enregistré certaines différences que nous commentons dans les paragraphes qui suivent.

Vitesse de déformation	$10^{-1} \text{ s}^{-1}$	$1 \text{ s}^{-1}$	$10 \text{ s}^{-1}$	$100 \text{ s}^{-1}$
<b><math>E_1</math> apparent (GPa)</b>	$6.94 \pm 9.1 \%$	$7.14 \pm 12.5 \%$	$7.12 \pm 15.8 \%$	$6.2 \pm 18.7 \%$
<b><math>E_2</math> apparent (GPa)</b>	$3.66 \pm 10 \%$	$3.9 \pm 17.8 \%$	$4.9 \pm 3.4 \%$	$4.16 \pm 11.34 \%$
<b><math>\nu_{12}</math> apparent</b>	$0.44 \pm 10 \%$	$0.34 \pm 26.4 \%$	$0.35 \pm 15 \%$	$0.36 \pm 13.22 \%$
<b><math>G_{12}</math> apparent (GPa)</b>	$1.44 \pm 5 \%$	$1.37 \pm 5.8 \%$	$1.42 \pm 6 \%$	$1.5 \pm 0.91 \%$
<b><math>\sigma_1</math> R (MPa)</b>	$99 \pm 6.4 \%$	$110.4 \pm 7.4 \%$	$112 \pm 5 \%$	$143.5 \pm 29 \%$
<b><math>\epsilon_1</math> R (%)</b>	$2.35 \pm 10 \%$	$2.7 \pm 5.4 \%$	$3.2 \pm 8.13 \%$	$2.9 \pm 11.5 \%$
<b><math>\sigma_2</math> R (MPa)</b>	$49.9 \pm 10.8 \%$	$58 \pm 14.5 \%$	$64.5 \pm 8 \%$	$61.9 \pm 16 \%$
<b><math>\epsilon_2</math> R (%)</b>	$2.4 \pm 18 \%$	$2.29 \pm 14 \%$	$1.9 \pm 11 \%$	$1.6 \pm 18 \%$
<b><math>\sigma_{45}</math> R (MPa)</b>	$66 \pm 9.5 \%$	$73.6 \pm 7 \%$	$68.3 \pm 6.6 \%$	$67.2 \pm 16.8 \%$
<b><math>\epsilon_{45}</math> R (%)</b>	$3.2 \pm 11.2 \%$	$3.3 \pm 10.8 \%$	$3.4 \pm 4.4 \%$	$2.2 \pm 12.5 \%$

*Tableau 4. 4 – Evolution des propriétés mécaniques du PP-FVC pour des vitesses de déformation intermédiaires*

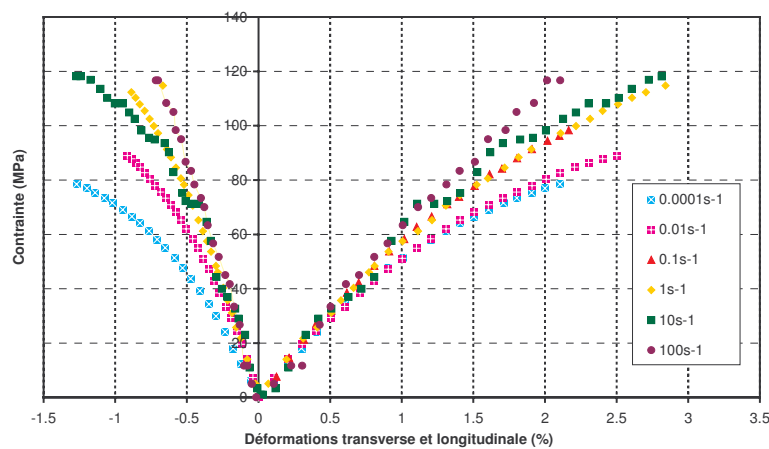
##### 4.1.1 Caractérisation à $0^\circ$ de la direction d'écoulement

Pour les éprouvettes découpées dans la direction d'injection, nous observons une augmentation du module apparent jusqu'à  $1 \text{ s}^{-1}$ . Au-delà nous retrouvons le même module apparent : la rapidité de l'essai empêche l'expression de la viscosité du matériau. Le module que l'on trouve alors est le module d'Young, l'endommagement dans le matériau PP-FVC n'ayant été observé que dans la zone de rupture.

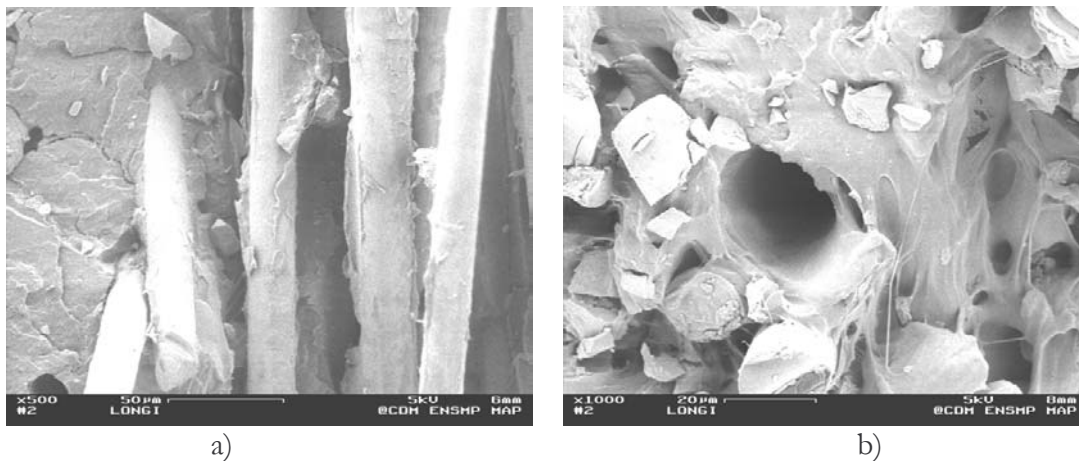
Nous constatons également qu'avec l'augmentation de la vitesse de sollicitation le seuil de plasticité est repoussé. Les phénomènes viscoplastiques sont retardés (Figure 4. 11).

Enfin, en ce qui concerne les propriétés à rupture, nous observons une augmentation nette de la contrainte à rupture (de  $99 \text{ MPa}$  à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  à  $143.5 \text{ MPa}$  à  $100 \text{ s}^{-1}$ ). Ce phénomène accompagne la rigidification du comportement. Cependant nous observons également, comme pour le TWINTEX dans le sens trame, une augmentation de la déformation à rupture avec la vitesse de sollicitation. Pour le matériau PP-FVC, les fibres sont préférentiellement orientées dans la direction d'écoulement. Plus la vitesse augmente, plus émergent les

caractéristiques comportementales des fibres. Cependant, nous avons également observé un autre phénomène. Nous avons en effet relevé deux types de faciès de rupture pour les éprouvettes de PP-FVC découpées à  $0^\circ$ . La majorité des faciès observés ont révélé une rupture fragile (Figure 4. 12 a). Cependant sur deux éprouvettes, nous avons observé sur le faciès de rupture des zones où la matrice avait fondu et ce notamment autour de l'emplacement des fibres (Figure 4. 12 b). Le déchaussement des fibres se faisant très rapidement, il a dû conduire à un échauffement local de la matrice. Nous n'avons malheureusement pas pu suivre l'évolution de la température au sein du matériau au cours de ces essais rapides. Cependant, nous supposons que ces matériaux étant faiblement conducteurs de la chaleur, ces phénomènes d'échauffement sont uniquement localisés dans la zone de rupture. Cette augmentation de la température même localement pourrait également expliquer l'augmentation de la déformation à rupture avec la vitesse.



**Figure 4. 11** – Essais de traction à différentes vitesses de sollicitation entre  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$  sur éprouvettes de PP-FVC découpées à  $0^\circ$  par rapport à la direction d'écoulement



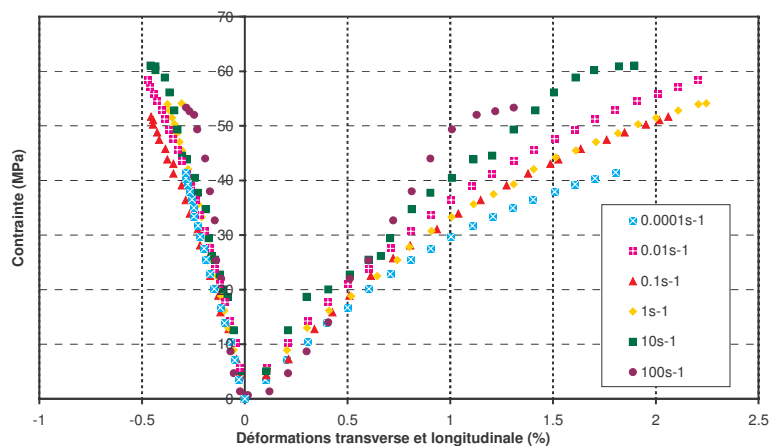
**Figure 4. 12** – Faciès de rupture en traction à  $100 \text{ s}^{-1}$  d'éprouvettes de PP-FVC découpées dans la direction d'écoulement  
a) Rupture fragile b) Faciès présentant des zones où la matrice est fondue

#### 4.1.2 Caractérisation à $90^\circ$ de la direction d'écoulement

Pour les éprouvettes découpées à  $90^\circ$  de la direction d'écoulement, nous observons également une augmentation du module apparent avec la vitesse de sollicitation. Dans cette direction, moins renforcée de fibres, et où le comportement de la matrice est davantage prépondérant, ce module ne cesse d'augmenter si

l'on fait abstraction de l'essai à  $100 \text{ s}^{-1}$  qui présente quelques difficultés d'interprétation. Il semble cependant tendre vers une limite : le module d'Young. Comme pour les éprouvettes à  $0^\circ$ , plus la vitesse augmente, plus le seuil de plasticité est élevé (Figure 4. 13). En ce qui concerne le comportement transverse (Figure 4. 13), les essais réalisés ne nous permettent pas de conclure mais il semble que la vitesse n'ait pas d'effet sur lui.

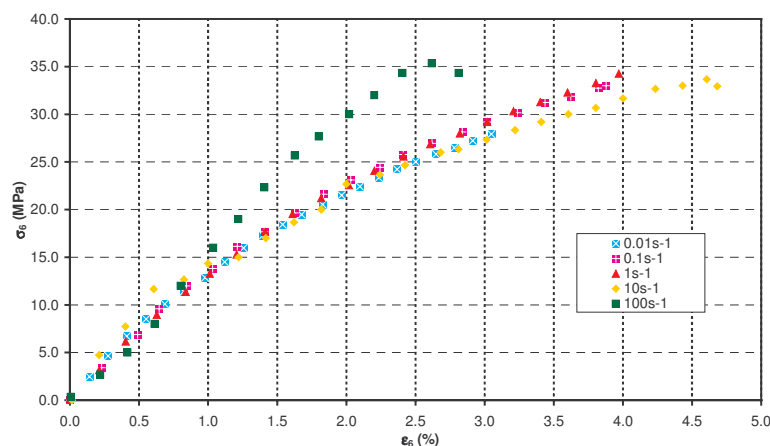
Enfin, concernant les propriétés à rupture, la tendance générale (Tableau 4. 4) montre qu'il y a augmentation de la contrainte à rupture et diminution de la déformation à rupture avec la vitesse.



**Figure 4. 13** – Essais de traction à différentes vitesses de sollicitation entre  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$  sur éprouvettes de PP-FVC découpées à  $0^\circ$  par rapport à la direction d'écoulement

#### 4.1.1 Caractérisation à $45^\circ$ de la direction d'écoulement

Si l'on fait abstraction de l'essai à  $100 \text{ s}^{-1}$ , et aux dispersions expérimentales près, la vitesse de sollicitation semble avoir assez peu d'effet sur le comportement en cisaillement du PP-FVC pour une vitesse supérieure à  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$  (Figure 4. 14). Par rapport aux essais en quasi-statique, le module de cisaillement a augmenté et s'est stabilisé autour de 1.45 GPa qui correspond au module élastique.



**Figure 4. 14** – Essais de traction à différentes vitesses de sollicitation entre  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$  sur éprouvettes de PP-FVC découpées à  $45^\circ$  par rapport à la direction d'écoulement

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'étude expérimentale menée sur les matériaux TWINTEx et PP-FVC afin de caractériser leur comportement lors de sollicitations dynamiques. Nous avons également souligné la complexité de l'essai de traction à vitesse rapide (pour des vitesses supérieures à  $10 \text{ s}^{-1}$ ) et la nécessité d'une analyse qui découple les effets de « structure » des effets propres au comportement du matériau.

Pour améliorer la qualité des résultats expérimentaux en dynamique, il aurait été intéressant d'approfondir différentes pistes :

- premièrement, la géométrie des éprouvettes peut être optimisée afin de diminuer le temps nécessaire à l'uniformisation des champs de contraintes et de déformations.
- de plus, on peut utiliser un joint amortissant situé entre la base de la tige du lanceur et son corps afin d'éviter les oscillations dues au phénomène de rebond [Pardo 2001].
- afin d'approfondir notre compréhension du comportement des matériaux, il aurait été intéressant d'avoir accès à leur comportement en décharge. Cela est possible en stoppant l'essai à différents niveaux de contrainte, avant la rupture de l'éprouvette, grâce à un système de fusible. On parle alors d'essais interrompus qui permettent d'obtenir des informations, notamment sur l'état d'endommagement du matériau.
- enfin, avoir accès aux champs de température au sein de l'éprouvette lors de l'essai nous aurait permis d'évaluer dans quelle mesure le matériau s'échauffe au cours de l'essai.
- 
- Par manque de temps et surtout de moyens, la machine de traction utilisée pour ces essais n'appartenant pas au Centre des Matériaux, il n'a pas été possible d'investiguer toutes ces pistes qui auraient permis d'affiner les résultats de cette étude en dynamique.
- Toutefois, nous pouvons donner à l'issue des essais réalisés quelques conclusions concernant le comportement dynamique des matériaux TWINTEx et PP-FVC. L'évolution marquante par rapport à leur comportement en quasi-statique est la saturation des effets visqueux : on n'observe plus de phénomènes viscoélastiques et les seuils de viscoplasticité sont repoussés. Enfin les propriétés à rupture évoluent et nous avons pu constater pour toutes les éprouvettes testées l'augmentation de la contrainte à rupture avec la vitesse de sollicitation. Les conclusions concernant l'évolution de la déformation à rupture dépendent quant à elles du matériau et de la direction sollicitée.



## Synthèse de l'étude expérimentale

L'objet de ce chapitre était d'identifier les phénomènes dissipatifs importants au sein des matériaux TWINTEX et PP-FVC à l'aide d'essais de caractérisation mécaniques. Notamment nous avons étudié les effets de la vitesse de sollicitation sur ces deux matériaux.

Bien que constitués des mêmes composants le TWINTEX et le PP-FVC ont des comportements très différents. Ces différences tiennent au caractère fortement respectivement faiblement anisotrope de l'un et l'autre. Les directions de forte anisotropie du tissu (celles alignées avec les brins de chaîne et de trame) empêchent le caractère viscoélastique de la matrice de trop se développer. Evidemment ce n'est plus le cas pour le matériau PP-FVC proche d'un milieu isotrope. Ce ne sont donc pas les mêmes phénomènes dissipatifs qui prédominent pour les deux matériaux.

Plus précisément pour le tissu nous n'avons observé aucune dissipation d'énergie lors des sollicitations dans le sens des torons de chaînes en dehors de la rupture de fibres. Lorsque l'on sollicite dans le sens des torons de trame le phénomène dissipatif le plus important est l'endommagement par fissuration intralaminaire. Il est suivi de l'endommagement par rupture de fibres. Des phénomènes visqueux sont également mis en évidence. Ceux-ci tendent à disparaître avec l'augmentation de la vitesse de sollicitation. En revanche pour une sollicitation appliquée hors des axes privilégiés d'anisotropie du matériau (cisaillement notamment) c'est le comportement élastovisco-plastique de la matrice qui prédomine.

Pour le matériau PP-FVC les essais de charge-décharge à faibles vitesses de sollicitation mettent en évidence le phénomène de viscoélasticité pour des sollicitations alignées avec la direction d'écoulement. Des déformations irréversibles apparaissent également dans cette direction au-delà d'un seuil élevé. Pour des sollicitations transversales et de cisaillement on note des phénomènes viscoélastiques et viscoplastiques. Comme pour le tissu dans la direction de cisaillement les phénomènes visqueux et plastiques sont retardés lorsque la vitesse de sollicitation augmente. L'endommagement au sein de ce matériau n'apparaît pas de façon très marquée. Il est localisé dans la zone de rupture.



# Partie 3

## Modélisation

*Cette troisième partie propose un modèle de comportement unique permettant de prédire le comportement des matériaux TWINTEX et PP-FVC soumis à des sollicitations statiques et dynamiques.*

*Le premier chapitre présente le modèle, écrit dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus et basé sur une partition en trois de la déformation et du potentiel d'état. Ce modèle rend compte des phénomènes dissipatifs mis en évidence.*

*Le deuxième chapitre expose l'implémentation du modèle dans le code de calcul ZéBuLoN grâce au pré-processeur Z-Front. Deux schémas, l'un explicite et l'autre implicite, permettent l'intégration de la loi de comportement.*

*Enfin, le dernier chapitre explique la procédure d'identification du modèle et présente les résultats pour les matériaux TWINTEX et PP-FVC.*





# CHAPITRE 5

## ECRITURE DU MODELE DE COMPORTEMENT

### 1 Introduction

L'étude expérimentale nous a permis d'identifier les phénomènes dissipatifs importants au sein des deux matériaux étudiés. L'objet de ce chapitre est de proposer la forme mathématique la plus adéquate pour les décrire, puis d'écrire les lois de comportement.

Pour modéliser le comportement de matériaux soumis à différentes vitesses de sollicitation, de nombreux auteurs ont développé des lois en se limitant à une gamme de vitesse donnée, ou encore à un type particulier de matériaux. Comme nous l'avons constaté dans le chapitre précédent, les matériaux TWINTEX et PP-FVC, bien que constitués des mêmes composants, ont des comportements très différents. Cependant, même si les phénomènes dissipatifs ne sont pas les mêmes pour ces deux matériaux, notre objectif ici est de proposer un modèle unique qui englobe la prise en compte des phénomènes de viscosité, de viscoplasticité et d'endommagement, chacun d'eux étant rendus actifs ou non en fonction du jeu de coefficients identifié pour le matériau considéré. Ce modèle doit également être valable aussi bien lorsque les sollicitations sont quasi-statiques que dynamiques.

Enfin, nous souhaitons garder en mémoire que le modèle doit être utilisé pour des calculs de structure industrielle, donc des calculs coûteux aussi bien en temps de calcul qu'en place mémoire. En conséquence, la loi doit être relativement simple à utiliser et à identifier.

### 2 Prise en compte des effets de la vitesse de déformation dans le comportement des matériaux : revue bibliographique

#### 2.1 Lois de comportement ne prenant pas en compte l'endommagement

Afin de modéliser le comportement de matériaux métalliques soumis à de grandes vitesses de déformation, différents modèles élasto-plastiques sont disponibles et implémentés dans de nombreux codes de calcul notamment explicites. C'est le cas du modèle de Johnson et Cook [Johnson 1983], qui est phénoménologique, ou encore celui de Zerilli et Armstrong [Zerilli 1987], qui est basé sur un modèle de dislocations. Cependant le modèle de Zerilli et Armstrong est davantage utilisé pour des applications militaires, pour de très grandes vitesses de déformation couplées à des conditions de hautes température et

pression. Le modèle le plus couramment utilisé pour des applications civiles est celui de Johnson et Cook. Ce modèle, développé pour des métaux, modélise le comportement d'un matériau isotrope et traduit un accroissement linéaire de la contrainte d'écoulement en fonction du logarithme des vitesses de déformation. Il s'exprime comme suit, en tenant compte de l'influence de la température :

$$\sigma = \left( A + B\epsilon_p^n \right) \left( 1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \left( 1 - \left[ \frac{T - T_0}{T_f - T_0} \right]^m \right) \quad (5.1)$$

où  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $n$ ,  $\dot{\epsilon}_0$  et  $m$  sont les constantes du modèle.

L'accroissement linéaire de la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation est une approximation qui n'est souvent pas vérifiée dans la gamme de vitesses correspondant à un choc automobile entre  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$  [Zhao 1997]. Pour palier cet inconvénient, certains auteurs ont alors introduit dans ce modèle des coefficients dépendant de la vitesse de déformation [Montoya 1991]. Les résultats obtenus sont plus précis mais un grand nombre d'essais est nécessaire pour identifier l'ensemble des paramètres du modèle.

Afin de simplifier cette étape d'identification, Zhao propose pour une gamme de vitesses comprises entre  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $10^4 \text{ s}^{-1}$ , une formulation basée sur les observations physiques qui exprime que, pour les métaux, la sensibilité de la contrainte d'écoulement à la vitesse de déformation et à la température peut être scindée en plusieurs zones [Campbell 1970] : une où la contrainte d'écoulement plastique croît lentement avec la vitesse de déformation là où le mécanisme d'écoulement thermique est observé, une autre où la contrainte d'écoulement augmente largement avec la vitesse de déformation lorsque le frottement visqueux est prépondérant. Ainsi le comportement d'un matériau métallique en fonction de la vitesse de déformation peut être écrit en additionnant une partie quasi-statique  $\sigma_s(\epsilon_p, T)$ , une partie correspondant à un écoulement plastique thermiquement activé  $\sigma_t(\epsilon_p, \dot{\epsilon}_p, T)$  et une partie correspondant au frottement visqueux  $\sigma_v(\epsilon_p, \dot{\epsilon}_p, T)$  :

$$\sigma = \sigma_s(\epsilon_p, T) + \sigma_t(\epsilon_p, \dot{\epsilon}_p, T) + \sigma_v(\epsilon_p, \dot{\epsilon}_p, T) \quad (5.2)$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma_s = (A + B\epsilon_p^n)(1 - \mu\Delta T) \\ \sigma_t = (C - D\epsilon_p^m) \log\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)(1 - \mu\Delta T) \\ \sigma_v = E\dot{\epsilon}^k(1 - \mu\Delta T) \end{cases}$$

où  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $k$ ,  $m$ ,  $n$  et  $\dot{\epsilon}_0$  sont les constantes du modèle.

Notons que tous ces modèles sont uniaxiaux mais peuvent être facilement généralisés à une écriture en trois dimensions en utilisant la notion de contrainte et déformation équivalentes, par exemple au sens de Von Mises. Cependant, ils ne traduisent que l'évolution de la contrainte d'écoulement avec la vitesse de déformation alors que pour les matériaux composites étudiés, le comportement présente un caractère viscoélastique important. Enfin, les effets importants dus à l'élévation de température au sein du matériau lors de la sollicitation sont propres aux matériaux métalliques, les matériaux composites à matrice polymère étant faiblement conducteurs de chaleur.

D'autres auteurs proposent des modèles « phénoménologiques » décrivant le comportement de composites unidirectionnels soumis à une grande plage de vitesses de déformation (de  $10^{-6} \text{ s}^{-1}$  à  $10^3 \text{ s}^{-1}$ ). Gates et Sun [Gates 1991] avaient modélisé le comportement de composites unidirectionnels en utilisant un potentiel plastique à un paramètre et la notion de surcontrainte pour décrire la dépendance en vitesse de la déformation plastique. Leurs études ont été menées pour des vitesses de déformation comprises entre  $10^{-6} \text{ s}^{-1}$  et  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

Par la suite, Weeks et Sun [Weeks 1998] proposent deux modèles viscoplastiques en utilisant toujours un potentiel plastique à un paramètre. Le premier modèle propose une relation entre la contrainte équivalente et la déformation plastique équivalente en utilisant une loi puissance avec des paramètres dépendant de la vitesse de déformation. Le deuxième modèle utilise une relation similaire à celle du modèle de Johnson-Cook pour décrire l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la vitesse de déformation plastique équivalente. Leurs modèles ont cette fois-ci été validés sur des éprouvettes de carbone/PEEK pour des vitesses de déformation allant de  $10^{-6} \text{ s}^{-1}$  à  $10^3 \text{ s}^{-1}$ .

Ces modèles ont ensuite été étendus à des composites unidirectionnels et tissés renforcés de fibres de verre en utilisant cette fois-ci un potentiel plastique à deux paramètres, afin de rendre compte du caractère orthotrope du tissu et complété par un critère de rupture dépendant de la vitesse de déformation [Thirupukhuzi 2001].

Toutefois ces modèles sont dédiés à la description du comportement non-linéaire hors-axe des composites. Des anomalies semblent apparaître notamment pour la prédiction de la rupture dans la direction des fibres et pour de petits angles hors-axe. Egalement, il faut noter que ces modèles ne tiennent pas compte de l'endommagement du matériau et aucun essai de décharge n'a été réalisé ni simulé.

## **2.2 Lois de comportement prenant en compte l'endommagement**

### **2.2.1 Différentes variables d'endommagement**

Les phénomènes d'endommagement principaux que nous avons observés sont la fissuration intralaminare et la rupture de fibres. Aussi nous orienterons cette revue bibliographique sur la modélisation de ces mécanismes et principalement de la fissuration. Notons également que nous nous plaçons dans le cadre de la mécanique de l'endommagement [Besson 2001 a]. Dans ce cadre, les fissures ont une taille de l'ordre de celle de l'élément de volume représentatif du matériau dans lequel elles se développent et les modèles traduisent la conséquence de ce phénomène au niveau des propriétés mécaniques du matériau. Lorsque les fissures ont une taille de l'ordre de celle de la structure dans laquelle elles se développent, on se place dans le cadre de la mécanique de la rupture et les auteurs s'attachent à l'étude de leur amorçage et de leur propagation.

Les études qui se basent sur la mécanique de l'endommagement utilisent la notion de variables internes d'endommagement. Ces dernières peuvent être scalaires [Ladevèze 1994], vectorielles [Talreja 1985] ou tensorielles [Chaboche 1979].

Dès lors que le modèle d'endommagement est écrit à l'échelle macroscopique, ses variables sont macroscopiques. Elles peuvent s'appuyer sur une description phénoménologique de l'endommagement liée à la notion de contrainte effective ou à la chute des modules de rigidités : elles représentent globalement l'état endommagé du matériau. Dans une formulation unidimensionnelle, elles évoluent généralement entre 0 et 1,

pour respectivement décrire l'état vierge d'endommagement et celui correspondant à la rupture. Toutefois, la plupart de ces modèles ne sont pas capables de rendre compte simultanément de l'anisotropie induite, de l'effet unilatéral du dommage et de la continuité de la relation de comportement. Certaines approches tendent toutefois à conjuguer toutes ces exigences. C'est le cas du modèle de Chaboche [Chaboche 1992]. Cependant, puisque pour les matériaux isotropes la géométrie de l'endommagement dépend de la sollicitation, il lui est nécessaire de définir des directions dites « principales de dommage » dont la définition arbitraire conduit à des résultats différents suivant le choix fait. En ce qui concerne les matériaux composites tissés, Ladevèze, Gasser et Allix [Ladevèze 1994] utilisent un modèle où des énergies distinctes sont écrites suivant que le matériau est en état de traction ou de compression. La distinction entre ces états fait qu'il est nécessaire de se placer dans le repère principal de contraintes et d'examiner le signe des contraintes principales. Le caractère unilatéral du dommage est bien rendu par ce modèle. En revanche, les effets de l'endommagement « longitudinal » qui devraient être ressentis sur la réponse transversale du fait des couplages traction/contraction ne le sont pas contrairement à ce que l'on peut observer expérimentalement.

Une solution pour obtenir un modèle totalement cohérent est d'utiliser des variables qui s'appuient sur une description microscopique des phénomènes de fissuration. L'approche vectorielle proposée par Thionnet et Renard [Thionnet 1993] issue de celle de Talreja [Talreja 1985] permet de tenir compte de l'aspect géométrique de l'endommagement. C'est dans le cadre de cette approche que nous allons nous placer par la suite. Ce modèle a tout d'abord été développé pour modéliser l'endommagement au sein d'un pli unidirectionnel. Il a ensuite été étendu à une nappe élémentaire d'un tissu stratifié carbone/époxy comportant deux directions d'endommagement par pli [Aussedat-Yahia, 1997]. Initialement, on utilisait un vecteur à direction fixe pour caractériser l'endommagement. Mais afin de prendre en compte finement le caractère unilatéral du dommage, sa direction a été rendue non fixe au moyen de deux variables scalaires. Le but de ces deux variables est de donner à la Mécanique de l'Endommagement la notion de mode de sollicitation d'un réseau de micro-fissures identiques, équivalente à la notion de mode de sollicitation d'une macro-fissure rencontrée en Mécanique de la Rupture. Ces deux variables jouent le rôle d'indicateur de l'état des lèvres. Notamment, c'est pour cette raison que la modélisation n'utilise qu'une seule fonction d'état dont la forme classique induit la symétrie du tenseur des contraintes. La condition unilatérale, quant à elle, découle naturellement d'un résultat d'identification. Enfin, les effets conjugués de ces deux variables entraînent une évolution continue du tenseur des rigidités au passage des états de compression et de traction et il est important de noter que les effets de l'endommagement sont visibles sur toutes les composantes de ce tenseur.

### **2.2.2 Modèles de comportement cumulant endommagement et effets de la vitesse de déformation**

Les variables d'endommagement étant définies, nous nous intéressons aux modèles qui tiennent compte des effets des vitesses de déformation sur le comportement des matériaux composites ainsi que de leur caractère endommageable.

Dans ce cadre, Rozycki propose une modélisation élasto-plastique endommageable « visqueuse » [Rozycki 2000]. Il a souhaité rendre compte de trois aspects du comportement des composites stratifiés à fibres longues : la plasticité, le comportement différent dans la direction des fibres en traction en compression et enfin l'effet de la vitesse de déformation. Pour ce faire, il propose tout d'abord un modèle statique

élasto-plastique endommageable. Le modèle d'endommagement est basé sur celui de Ladevèze [Ladevèze 1988 ; Allix 1990]. Il introduit ensuite la plasticité à l'aide d'une fonction indicatrice du domaine plastique, le couplage entre la plasticité et l'endommagement étant assuré par le biais des contraintes effectives. Cette modélisation pour des sollicitations statiques sert ensuite de support à la modélisation élasto-plastique endommageable «visqueuse» qui prend en compte les effets de la vitesse de déformation par le biais d'une contrainte visqueuse provenant de la vitesse de déformation. On obtient alors une partition des contraintes qui rappelle le modèle de Kelvin-Voigt. Ce modèle intéressant néglige cependant les phénomènes de recouvrance dus à la viscosité de la matrice.

Le même mésomodèle d'endommagement développé au LMT a été couplé à une loi de plasticité à écrouissage isotrope pour simuler le comportement au choc de stratifiés carbone-époxy [Allix 2000]. L'objectif ici était de décrire précisément les endommagements engendrés par le choc (fissuration transverse, délaminage) pour être à même de prévoir le caractère plus ou moins critique de ces défauts. Aucun effet visqueux n'est pris en compte.

Enfin Boubakar a écrit et implémenté un modèle méso-macro, complet, pour des composites stratifiés de plis unidirectionnels [Boubakar 2003]. Il propose un modèle cumulant un modèle viscoélastique de type spectral, un modèle viscoplastique basé sur une loi d'écoulement de type Norton et un modèle d'endommagement.

### **3 Description du modèle de comportement retenu**

#### **3.1 Principes de construction d'une loi de comportement**

Dans le cadre de la mécanique des milieux continus, la loi de comportement d'un matériau traduit la réponse de son volume élémentaire représentatif (VER) à une excitation. Les phénomènes dissipatifs ayant été identifiés au cours de l'analyse expérimentale, il convient de statuer sur leur conceptualisation, c'est-à-dire sur la forme mathématique la plus adéquate qui va modéliser chacun d'eux. Il faut ensuite écrire l'ensemble des relations fonctionnelles de comportement en cohérence avec les grands principes de la Mécanique et de la Physique. Pour ce faire, il faut vérifier différents critères [Thionnet 2003 a] :

- un critère de cohérence universelle, c'est-à-dire l'indépendance vis-à-vis de l'observateur. Cela sous-entend l'indépendance de la loi vis-à-vis du référentiel d'observation mais également celle des variables utilisées vis-à-vis du système de coordonnées utilisé ;
- un critère de cohérence géométrique, c'est-à-dire le respect des symétries matérielles de la microstructure du matériau. En d'autres termes, l'écriture de la loi de comportement doit non seulement prendre en compte mais également respecter les éventuelles symétries matérielles qui traduisent l'arrangement de la matière au sein du VER ;
- un critère de cohérence thermodynamique, c'est-à-dire conduire à des évolutions qui respectent le Second Principe de la Thermodynamique.

Pour respecter ce dernier critère, on se place implicitement dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus associée à la méthode de l'état local. Dans ce contexte, pour respecter le critère de cohérence

universelle, on s'attachera à utiliser des variables d'état tensorielles objectives. Les lois d'état et complémentaires seront écrites en dérivant les fonctions d'état scalaires. Enfin, afin de vérifier le critère de cohérence géométrique, les fonctions d'état scalaires seront écrites pour être invariantes sous le groupe de symétries matérielles du matériau.

### 3.2 Hypothèses générales pour la modélisation

En tout premier lieu, il convient de choisir l'échelle d'écriture du modèle. Nous travaillerons à l'échelle mésoscopique, c'est dire l'échelle du pli, étant entendu que pour le PP-FVC, aucune stratification n'est opérée, et que l'échelle mésoscopique est confondue avec l'échelle macroscopique. Cette échelle est adoptée car on montre à l'aide d'une investigation numérique que les perturbations induites par la présence d'une fissure dans un pli sur ses voisins sont faibles.

Entre autres hypothèses, les matériaux étudiés étant faiblement conducteurs de la chaleur, on estime que les variations de température au sein du milieu (dues aux phénomènes internes ou quelle qu'en soit la cause) sont suffisamment faibles pour n'induire aucune modification notable des propriétés du milieu. La température y est donc constante et uniforme. Lors des sollicitations aux vitesses les plus rapides, cette hypothèse est discutable dans la zone de rupture pour le matériau PP-FVC. En effet, localement, le frottement fibre-matrice qui conduit à leur décohésion est très brusque et peut conduire à un échauffement non négligeable. Toutefois ce phénomène étant très localisé et ne se produisant qu'au stade ultime de la vie de la structure, on continuera à le négliger.

Egalement, compte tenu de la géométrie des structures testées, de faible épaisseur, on se limite à l'écriture du modèle dans le cadre des contraintes planes, qui se traduit avec les notations de Voigt par :

$$\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0 \quad (5.3)$$

Par la suite, nous adopterons la notation de Voigt et nous travaillerons dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  (Chapitre 3 Figure 3. 8). Enfin, même si ces hypothèses sont fortes au regard de la configuration considérée ici, on estime encore valide la Méthode de l'Etat Local, ainsi que l'Hypothèse des Petites Perturbations.

#### 3.2.1 Choix des variables d'état

Nous rappelons que nous n'avons pas observé les mêmes phénomènes dissipatifs pour le TWINTEx et pour le PP-FVC, notamment nous ne prendrons pas l'endommagement en compte pour le PP-FVC lors de l'identification. Cependant la modélisation qui suit tient compte de l'ensemble des phénomènes observés pour les deux matériaux : endommagement par fissuration intralaminare dans la chaîne, endommagement par rupture de fibres dans la chaîne et dans la trame, viscoélasticité et viscoplasticité. Pour modéliser l'ensemble de ces phénomènes, nous avons fait le choix de plusieurs variables d'état (Tableau 5. 1).

Ainsi en nous basant sur le modèle de Thionnet [Thionnet 1999], chaque type d'endommagement est modélisé à l'aide d'un vecteur à direction non fixe  $\vec{V}_i = (V_{Ti}, V_{Ni}, 0)$ . L'indice 'i' pouvant prendre les valeurs suivantes : 'f' pour l'endommagement par fissuration intralaminare, 'rfc' pour l'endommagement par rupture de fibres dans la chaîne et 'rft' pour l'endommagement par rupture de fibres dans la trame. En fait chaque

endommagement est modélisé à l'aide de trois variables scalaires :  $\alpha_i$  qui quantifie le phénomène et deux autres variables  $m_i$  et  $r_i$  qui décrivent ses aspects géométriques, le vecteur  $\vec{V}_i$  dépendant alors de ces variables. Nous présenterons plus amplement ces variables par la suite (§ 3.3). Leurs variables conjuguées sont respectivement  $A_i$ ,  $M_i$  et  $R_i$ . Nous utiliserons également le tenseur des déformations élastiques endommageables  $\underline{\varepsilon}^{\text{end}}$  dont la variable duale est le tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$ .

Pour modéliser le phénomène de viscoélasticité, nous avons choisi comme variable d'état le tenseur des déformations viscoélastiques  $\underline{\varepsilon}^{\text{ve}}$  et sa variable duale est le tenseur des contraintes viscoélastiques  $\underline{\sigma}^{\text{ve}}$ .

Enfin, pour la modélisation de la viscoplasticité nous avons fait le choix du tenseur des déformations viscoplastiques  $\underline{\varepsilon}^{\text{vp}}$  avec sa variable duale  $\underline{\sigma}^{\text{vp}}$ . Comme Kammerer [Kammerer 1997] pour la modélisation du comportement viscoplastique d'un composite verre/polyester soumis à de grandes vitesses de déformation, nous introduisons une autre variable tensorielle  $\underline{\alpha}$  que l'on appellera écrouissage cinématique par analogie avec les matériaux métalliques. Sa variable conjuguée  $\underline{X}$  correspondant au déplacement du centre du domaine de plasticité dans l'espace des contraintes principales.

<b>Variables d'état internes</b>	<b>Variables duales</b>
$\underline{\varepsilon}^{\text{end}}$	$\underline{\sigma}$
$\underline{\varepsilon}^{\text{ve}}$	$\underline{\sigma}^{\text{ve}}$
$\underline{\varepsilon}^{\text{vp}}$	$\underline{\sigma}^{\text{vp}}$
$\alpha_f$	$A_f$
$m_f$	$M_f$
$r_f$	$R_f$
$\alpha_{\text{rfc}}$	$A_{\text{rfc}}$
$m_{\text{rfc}}$	$M_{\text{rfc}}$
$r_{\text{rfc}}$	$R_{\text{rfc}}$
$\alpha_{\text{rft}}$	$A_{\text{rft}}$
$m_{\text{rft}}$	$M_{\text{rft}}$
$r_{\text{rft}}$	$R_{\text{rft}}$
$\underline{\alpha}$	$\underline{X}$

**Tableau 5. 1**– Variables d'état et variables duales



### 3.2.2 Partition de la déformation et du potentiel d'état

Le modèle retenu est basé sur une partition de la déformation totale en trois déformations distinctes : élastique endommageable, viscoélastique et viscoplastique.

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{vp}} \quad (5.4)$$

Nous faisons également l'hypothèse d'une partition en trois du potentiel d'état sur le même schéma que celui de la partition de la déformation :

$$\rho\Psi = \rho\Psi^{\text{end}} + \rho\Psi^{\text{ve}} + \rho\Psi^{\text{vp}} \quad (5.5)$$

De plus nous découplerons les phénomènes. Chaque potentiel d'état ne dépendra donc que des variables associées au phénomène dissipatif qui lui correspond. Ainsi :

$$\rho\Psi = \rho\Psi^{\text{end}}(\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}, \alpha_f, m_f, r_f, \alpha_{\text{rfc}}, m_{\text{rfc}}, r_{\text{rfc}}, \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) + \rho\Psi^{\text{ve}}(\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}}) + \rho\Psi^{\text{vp}}(\underline{\underline{\alpha}}) \quad (5.6)$$

Notons que nous avons fait une hypothèse courante sur l'écriture du potentiel d'état viscoplastique qui est que le potentiel d'état correspondant aux phénomènes viscoplastiques ne dépend pas du tenseur des déformations viscoplastiques. Il en découle que  $\underline{\underline{\sigma}}^{\text{vp}} = 0$ . Le potentiel correspondant aux phénomènes d'endommagement peut aussi s'écrire :

$$\begin{aligned} \rho\Psi^{\text{end}} = & \varphi^{\text{end}}(\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}, \vec{V}_f(\alpha_f, m_f, r_f), \vec{V}_{\text{rfc}}(\alpha_{\text{rfc}}, m_{\text{rfc}}, r_{\text{rfc}}), \vec{V}_{\text{rft}}(\alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}})) \\ & + \Phi_f^{\text{end}}(m_f, r_f) + \Phi_{\text{rfc}}^{\text{end}}(m_{\text{rfc}}, r_{\text{rfc}}) + \Phi_{\text{rft}}^{\text{end}}(m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Nous supposons de plus que les différents endommagements sont découplés. On peut alors écrire :

$$\varphi^{\text{end}} = \varphi_0(\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}) + \varphi_f(\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}, V_{\text{Tf}}, V_{\text{Nf}}) + \varphi_{\text{rfc}}(\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}, V_{\text{Trfc}}, V_{\text{Nrfc}}) + \varphi_{\text{rft}}(\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}, V_{\text{Trft}}, V_{\text{Nrft}}) \quad (5.8)$$

### 3.2.3 Lois d'état

Comme  $\rho\Psi$  est une fonction d'état, on en déduit que :

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\Psi}{dt} = & \underline{\underline{\sigma}} : \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}}{dt} + A_f \frac{d\alpha_f}{dt} + M_f \frac{dm_f}{dt} + R_f \frac{dr_f}{dt} + A_{\text{rfc}} \frac{d\alpha_{\text{rfc}}}{dt} + M_{\text{rfc}} \frac{dm_{\text{rfc}}}{dt} \\ & + R_{\text{rfc}} \frac{dr_{\text{rfc}}}{dt} + A_{\text{rft}} \frac{d\alpha_{\text{rft}}}{dt} + M_{\text{rft}} \frac{dm_{\text{rft}}}{dt} + R_{\text{rft}} \frac{dr_{\text{rft}}}{dt} + \underline{\underline{\sigma}}^{\text{ve}} : \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}}}{dt} + \underline{\underline{\chi}} : \frac{d\underline{\underline{\alpha}}}{dt} \end{aligned} \quad (5.9)$$

et d'autre part :

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\Psi}{dt} = & \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}} : \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{end}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_f} \frac{d\alpha_f}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial m_f} \frac{dm_f}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial r_f} \frac{dr_f}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_{\text{rfc}}} \frac{d\alpha_{\text{rfc}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial m_{\text{rfc}}} \frac{dm_{\text{rfc}}}{dt} \\ & + \frac{\partial \Psi}{\partial r_{\text{rfc}}} \frac{dr_{\text{rfc}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_{\text{rft}}} \frac{d\alpha_{\text{rft}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial m_{\text{rft}}} \frac{dm_{\text{rft}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial r_{\text{rft}}} \frac{dr_{\text{rft}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}}} : \frac{d\underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}}}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} : \frac{d\underline{\underline{\alpha}}}{dt} \end{aligned} \quad (5.10)$$

En identifiant ces deux dernières équations, on obtient les lois d'état :

$$\begin{aligned}
 \underline{\sigma} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}_{\text{end}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \underline{\varepsilon}_{\text{end}}} & A_f &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_f} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f} & M_f &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial m_f} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial m_f} \\
 R_f &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial r_f} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial r_f} & A_{\text{rfc}} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_{\text{rfc}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_{\text{rfc}}} & M_{\text{rfc}} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial m_{\text{rfc}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial m_{\text{rfc}}} \\
 R_{\text{rfc}} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial r_{\text{rfc}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial r_{\text{rfc}}} & A_{\text{rft}} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_{\text{rft}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_{\text{rft}}} & M_{\text{rft}} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial m_{\text{rft}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial m_{\text{rft}}} \\
 R_{\text{rft}} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial r_{\text{rft}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial r_{\text{rft}}} & \underline{\sigma}^{\text{ve}} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}^{\text{ve}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{ve}}}{\partial \underline{\varepsilon}^{\text{ve}}} & \underline{X} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\alpha}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{vp}}}{\partial \underline{\alpha}}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

### 3.2.4 Second Principe de la Thermodynamique

Notre modèle de comportement doit respecter le Second Principe de la Thermodynamique. Dans le cas d'une transformation isotherme l'inégalité de Clausius-Duhem s'écrit :

$$-\rho \dot{\Psi} + \underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}} \geq 0 \quad \text{pour toute transformation} \tag{5.12}$$

En utilisant la partition de la déformation et les lois d'état, cette inégalité devient :

$$\begin{aligned}
 -A_f \dot{\alpha}_f - M_f \dot{m}_f - R_f \dot{r}_f - A_{\text{rfc}} \dot{\alpha}_{\text{rfc}} - M_{\text{rfc}} \dot{m}_{\text{rfc}} - R_{\text{rfc}} \dot{r}_{\text{rfc}} \\
 -A_{\text{rft}} \dot{\alpha}_{\text{rft}} - M_{\text{rft}} \dot{m}_{\text{rft}} - R_{\text{rft}} \dot{r}_{\text{rft}} + (\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^{\text{ve}}) : \dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}} + \underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{vp}} - \underline{X} : \dot{\underline{\alpha}} \geq 0
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Pour vérifier cette inégalité, il est possible de la scinder et de vérifier simultanément les différentes inégalités obtenues. Ainsi, nous chercherons à vérifier le système d'inégalités suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 -A_f \dot{\alpha}_f - M_f \dot{m}_f - R_f \dot{r}_f \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_f, \forall \dot{m}_f, \forall \dot{r}_f \quad (1) \\
 -A_{\text{rfc}} \dot{\alpha}_{\text{rfc}} - M_{\text{rfc}} \dot{m}_{\text{rfc}} - R_{\text{rfc}} \dot{r}_{\text{rfc}} \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_{\text{rfc}}, \forall \dot{m}_{\text{rfc}}, \forall \dot{r}_{\text{rfc}} \quad (2) \\
 -A_{\text{rft}} \dot{\alpha}_{\text{rft}} - M_{\text{rft}} \dot{m}_{\text{rft}} - R_{\text{rft}} \dot{r}_{\text{rft}} \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_{\text{rft}}, \forall \dot{m}_{\text{rft}}, \forall \dot{r}_{\text{rft}} \quad (3) \\
 (\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^{\text{ve}}) : \dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}} \geq 0 \quad \forall \dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{ve}} \quad (4) \\
 \underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{vp}} - \underline{X} : \dot{\underline{\alpha}} \geq 0 \quad \forall \dot{\underline{\varepsilon}}^{\text{vp}}, \forall \dot{\underline{\alpha}} \quad (5)
 \end{array} \right. \tag{5.14}$$

L'inégalité (1) sera vérifiée par la modélisation de l'endommagement par fissuration intralaminare (§ 3.3.1). Les inégalités (2) et (3) seront vérifiées par la modélisation de l'endommagement par rupture de fibres (§ 3.3.2). Enfin, les inégalités (4) et (5) seront vérifiées par la modélisation respectivement de la viscoélasticité (§ 3.4) et de la viscoplasticité (§ 3.5). C'est l'objet des paragraphes suivants.

### 3.3 Modélisation de l'endommagement

L'étude menée sur le matériau TWINTEx a montré que la fissuration intralaminare, phénomène d'endommagement prépondérant, est essentiellement présente dans la chaîne. Egalement, on peut observer que l'apparition des fissures et leur propagation complète sont des phénomènes quasi-simultanés : on choisit donc de ne pas s'intéresser au problème de la propagation des fissures mais uniquement à celui de leur multiplication. En outre la fissuration étant un phénomène diffus, nous supposons donc que toutes les fissures sont identiques et nous nous placerons dans le cadre de la Mécanique de l'Endommagement.

Enfin, les observations que nous avons pu mener ne nous ont pas permis d'observer une sensibilité de ce phénomène en fonction des vitesses de sollicitation. Nous considérerons donc que ce phénomène d'endommagement est indépendant du temps.

La modélisation de l'endommagement proposée par la suite est donc principalement destinée à la fissuration dans la chaîne au sein du pli de TWINTeX. Une adaptation du modèle nous permettra de modéliser la rupture de fibres dans les directions de la chaîne et de la trame.

Notons que les paragraphes suivants s'inspirent très largement de la Partie 1 du Tome 2 du livre « Mécanique et comportements des milieux continus » d'Alain Thionnet, Christiane Martin et Sophie Barradas [Thionnet 2003 b]. Certains passages ont été retranscrits ici.

### 3.3.1 Modélisation de la fissuration

Le principe essentiel de la modélisation est d'utiliser une description microscopique de l'endommagement en tant que donnée quantitative dans la modélisation qui est écrite à l'échelle mésoscopique.

#### Modélisation des fissures [Thionnet 1999]

Rappelons que nous avons fait le choix du repère local suivant :  $\vec{x}_1$  parallèle aux torons de chaîne,  $\vec{x}_2$  parallèle aux torons de trame et  $\vec{x}_3$  perpendiculaire au plan du pli. Considérons un élément de volume du milieu considéré dans lequel on suppose qu'il existe  $F$  fissures planes. On peut caractériser chacune de ces fissures  $(k)$  par un vecteur :

$$\vec{v}_f^{(k)} = D(l^{(k)}, L) \begin{pmatrix} v_{Tf}^{(k)} = \int [[u_{Tf}]] \\ v_{Nf}^{(k)} = \int_{\text{fissure}} [[u_{Nf}]] \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

où  $[[u_{Tf}]]$  et  $[[u_{Nf}]]$  sont les sauts de déplacement tangentiels et normaux sur les lèvres de la fissure considérées (Figure 5. 1).  $D$  est une fonction scalaire,  $l^{(k)}$  définit une longueur caractéristique de la fissure  $k$ ,  $L$  une longueur caractéristique du Volume Élémentaire Représentatif. Parmi ces  $F$  fissures, il est normal de considérer le cas où certaines d'entre elles sont identiques. Ainsi, on classe les  $F$  fissures suivant  $N$  sous-familles de la manière suivante :

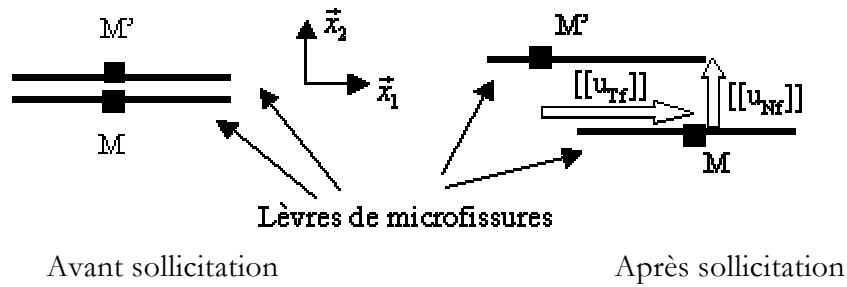
- $n_{(1)}$  fissures caractérisées par le vecteur  $\vec{v}_{(1)f}$  ;
- $n_{(k)}$  fissures caractérisées par le vecteur  $\vec{v}_{(k)f}$  ;
- $n_{(N)}$  fissures caractérisées par le vecteur  $\vec{v}_{(N)f}$  .

Ainsi, le vecteur  $\vec{V}_{(i)f} = \frac{1}{n_{(i)}} \sum_{i=1}^{n_{(i)}} \vec{v}_{(i)f}$  est associé à chacune de ces sous-familles  $(i)$ . Dans la suite, on

considère une unique famille caractérisée par le vecteur  $\vec{V}_f$ .

D'autre part, on observe que les fissures se comportent différemment suivant les sollicitations auxquelles elles sont soumises. Ainsi, leurs lèvres peuvent :

- s'écarter : elles sont alors en mode d'ouverture 1 (ou mode  $m=1$ ). Dans ce cas, le déplacement de leurs lèvres est colinéaire à l'axe  $\bar{x}_2$  ;
- être collées et glisser l'une par rapport à l'autre : elles sont alors en mode d'ouverture 2 (ou mode  $m=2$ ). Dans ce cas, le déplacement de leurs lèvres est schématiquement colinéaire à l'axe  $\bar{x}_1$  ;
- se trouver dans une configuration mixte des deux précédentes. Ainsi, les fissures sont dans un mode d'ouverture  $m$  intermédiaire entre les modes  $m=1$  et  $m=2$ . Dans ce cas, le déplacement de leurs lèvres comporte une composante colinéaire à l'axe  $\bar{x}_1$  et une colinéaire à l'axe  $\bar{x}_2$ .



**Figure 5. 1- Sauts de déplacement tangentiels et normaux sur les lèvres d'une fissure**

Dans tous les cas, on fait l'hypothèse que les fissures sont ouvertes ou bien, s'il existe, le contact entre leurs lèvres est sans frottement. On modélise alors les fissures par un vecteur (Figure 5. 2) qui possède, comme le déplacement de leurs lèvres, deux composantes susceptibles d'être non nulles : en d'autres termes, par un vecteur dont la direction est non fixe. Dans le repère local du pli, les fissures sont décrites par un vecteur dont la direction peut évoluer pour avoir deux composantes non nulles :

$$\vec{V}_{ft} = (V_{Tft}, V_{Nft}, 0)$$

La visualisation schématique du VER montre que le milieu n'offre qu'une symétrie par rapport au plan  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ . Le milieu équivalent au milieu fissuré est donc un milieu monoclinique d'axe  $\bar{x}_3$ .

Son groupe de symétries matérielles est donc engendré par l'unique transformation suivante (en plus de l'identité):

$$R_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

La présence de fissures n'a pas le même effet sur le comportement suivant le type de sollicitation auquel le matériau est soumis. Nous verrons lors de l'identification du modèle comment ce fait y est traduit.

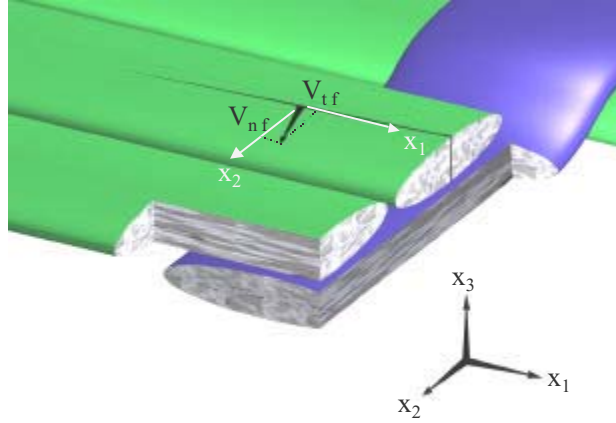


Figure 5.2 - Vecteur d'endommagement à direction non fixe dans le pli de base

#### Définition des variables d'état d'endommagement par fissuration

Si aucun phénomène dissipatif autre que l'endommagement n'existait dans le matériau alors le comportement du milieu serait de type élastique endommageable, c'est-à-dire que pour un état d'endommagement donné et stable, le comportement du milieu serait élastique. On a choisi comme variable d'état le tenseur des déformations  $\tilde{\epsilon}^{\text{end}}$  correspondant au comportement élastique endommageable. Sa variable associée est le tenseur des contraintes  $\tilde{\sigma}$ .

L'endommagement par fissuration  $t$  est décrit quantitativement par une variable scalaire  $\alpha_f$ . Sa variable associée est notée  $A_f$ . Rappelons qu'ici la fissuration est modélisée uniquement dans la chaîne. Afin de traduire la géométrie évolutive des fissures en décrivant les discontinuités de déplacement tangentiel  $[[u_{Tf}]]$  et normal  $[[u_{Nf}]]$  de leurs lèvres, on aurait pu introduire deux variables d'état internes indépendantes  $g_f$  et  $o_f$ , scalaires, caractérisant respectivement le glissement et l'ouverture des fissures :

$$\begin{cases} g_f = \frac{1}{\text{mesureVER}} \int_{\text{fissures}} [[u_{Tf}]] \\ o_f = \frac{1}{\text{mesureVER}} \int_{\text{fissures}} [[u_{Nf}]] \end{cases} \quad (5.16)$$

Cependant, on a préféré remplacer le couple  $(g_f, o_f)$  par un autre couple de variables : celui constitué par la variable  $m_f$ , que l'on appelle mode, et par la variable  $r_f$ , que l'on appelle rayon. Les variables  $m_f$  et  $r_f$  sont supposées être des fonctions de  $g_f$  et  $o_f$  :  $m_f = m_f(g_f, o_f)$  et  $r_f = r_f(g_f, o_f)$ . La raison du remplacement du couple  $(g_f, o_f)$  par le couple  $(m_f, r_f)$  est qu'il est très difficile d'accéder expérimentalement à  $g_f$  et  $o_f$  et donc quasi-impossible d'identifier les lois qui les mettent en jeu. On verra la signification exacte de  $m_f$  et  $r_f$  lors de leur identification. Les variables associées respectivement à  $m_f$  et  $r_f$  sont appelées  $M_f$  et  $R_f$ .

Fonction d'état associée à l'endommagement par fissuration intralaminare

Rappelons que le potentiel correspondant aux phénomènes d'endommagement s'écrit :

$$\rho \Psi^{\text{end}} = \varphi^{\text{end}} \left( \underline{\varepsilon}^{\text{end}}, \bar{V}_f \left( \alpha_f, m_f, r_f \right), \bar{V}_{\text{rfc}} \left( \alpha_{\text{rfc}}, m_{\text{rfc}}, r_{\text{rfc}} \right), \bar{V}_{\text{rft}} \left( \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}} \right) \right) \\ + \Phi_f^{\text{end}} \left( m_f, r_f \right) + \Phi_{\text{rfc}}^{\text{end}} \left( m_{\text{rfc}}, r_{\text{rfc}} \right) + \Phi_{\text{rft}}^{\text{end}} \left( m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}} \right)$$

Les fonctions  $\Phi_i^{\text{end}}$  ne dépendant que de variables scalaires, leur objectivité est automatiquement vérifiée ainsi que leur respect vis-à-vis des symétries matérielles du milieu. Rappelons que le milieu fissuré est monoclinique d'axe  $\bar{x}_3$ . Dans ce cadre, les quantités scalaires polynomiales invariantes que l'on peut construire avec les composantes du tenseur des déformations (en se limitant aux composantes planes) et celles des vecteurs d'endommagement sont engendrées par les 9 invariants élémentaires suivants, en notation de Voigt :

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_6, V_{\text{Tf}}, V_{\text{Nf}}, V_{\text{Trfc}}, V_{\text{Nrfe}}, V_{\text{Trft}}, V_{\text{Nft}}.$$

On peut alors écrire  $\varphi^{\text{end}}$  comme un polynôme de ces invariants en les combinant pour obtenir une expression compatible avec l'élasticité endommageable. Ainsi,  $\varphi_0(\underline{\varepsilon}^{\text{end}})$  s'écrit :

$$\varphi_0 = A_1 \varepsilon_1^{\text{end}2} + A_2 \varepsilon_2^{\text{end}2} + A_3 \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_2^{\text{end}} + A_4 \varepsilon_6^{\text{end}2} + A_5 \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}} + A_6 \varepsilon_2^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}} = F^0(\underline{\varepsilon}^{\text{end}}) \quad (5.17)$$

Le tenseur  $\underline{C}_0 = \begin{pmatrix} 2A_1 & A_3 & A_5 \\ A_3 & 2A_2 & A_6 \\ A_5 & A_6 & 2A_4 \end{pmatrix}$  correspond en fait au tenseur des rigidités du matériau vierge d'endommagement.

$\varphi_f^{\text{end}}$  peut être construit comme un polynôme des invariants  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_6, V_{\text{Tf}}, V_{\text{Nf}}$ . Toutefois, le nombre de fissures (c'est-à-dire la valeur de la variable  $\alpha_f$ ) ne devant pas influencer explicitement sur la direction du vecteur caractéristique de l'endommagement, il est nécessaire et suffisant de prendre :

$$V_{\text{Nf}}(\alpha_f, m_f, r_f) = f_f(\alpha_f) U_{\text{Nf}}(m_f, r_f) \quad \text{et} \quad V_{\text{Tf}}(\alpha_f, m_f, r_f) = f_f(\alpha_f) U_{\text{Tf}}(m_f, r_f) \quad (5.18)$$

Ainsi on montre que  $\varphi_f^{\text{end}}$  s'écrit :

$$\varphi_f^{\text{end}} = \varphi_f^{\text{N}}(\underline{\varepsilon}^{\text{end}}, V_{\text{Nf}}) + \varphi_f^{\text{T}}(\underline{\varepsilon}^{\text{end}}, V_{\text{Tf}}) + \varphi_f^{\text{NT}}(\underline{\varepsilon}^{\text{end}}, V_{\text{Nf}}, V_{\text{Tf}}) \quad (5.19)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_f^{\text{N}} = (B_{f1} \varepsilon_1^{\text{end}2} + B_{f2} \varepsilon_2^{\text{end}2} + B_{f3} \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_2^{\text{end}} + B_{f4} \varepsilon_6^{\text{end}2} + B_{f5} \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}} + B_{f6} \varepsilon_2^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}}) V_{\text{Nf}}^2 \\ \quad = F_f^{\text{N}}(\underline{\varepsilon}^{\text{end}}) f_f^2(\alpha_f) U_{\text{Nf}}^2(m_f, r_f) \\ \varphi_f^{\text{T}} = (C_{f1} \varepsilon_1^{\text{end}2} + C_{f2} \varepsilon_2^{\text{end}2} + C_{f3} \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_2^{\text{end}} + C_{f4} \varepsilon_6^{\text{end}2} + C_{f5} \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}} + C_{f6} \varepsilon_2^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}}) V_{\text{Tf}}^2 \\ \quad = F_f^{\text{T}}(\underline{\varepsilon}^{\text{end}}) f_f^2(\alpha_f) U_{\text{Tf}}^2(m_f, r_f) \\ \varphi_f^{\text{NT}} = (D_{f1} \varepsilon_1^{\text{end}2} + D_{f2} \varepsilon_2^{\text{end}2} + D_{f3} \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_2^{\text{end}} + D_{f4} \varepsilon_6^{\text{end}2} + D_{f5} \varepsilon_1^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}} + D_{f6} \varepsilon_2^{\text{end}} \varepsilon_6^{\text{end}}) V_{\text{Nf}} V_{\text{Tf}} \\ \quad = F_f^{\text{NT}}(\underline{\varepsilon}^{\text{end}}) f_f^2(\alpha_f) U_{\text{Nf}}(m_f, r_f) U_{\text{Tf}}(m_f, r_f) \end{array} \right. \quad (5.20)$$

Si on note :

$$\underline{C}_f^{\text{N}} = \begin{pmatrix} 2B_{f1} & B_{f3} & B_{f5} \\ B_{f3} & 2B_{f2} & B_{f6} \\ B_{f5} & B_{f6} & 2B_{f4} \end{pmatrix} \quad \underline{C}_f^{\text{T}} = \begin{pmatrix} 2C_{f1} & C_{f3} & C_{f5} \\ C_{f3} & 2C_{f2} & C_{f6} \\ C_{f5} & C_{f6} & 2C_{f4} \end{pmatrix} \quad \underline{C}_f^{\text{NT}} = \begin{pmatrix} 2D_{f1} & D_{f3} & D_{f5} \\ D_{f3} & 2D_{f2} & D_{f6} \\ D_{f5} & D_{f6} & 2D_{f4} \end{pmatrix}$$

on peut alors écrire en notation indicielle:

$$\Phi_f^{\text{end}} = \frac{1}{2} f_f^2(\alpha_f) \left( C_{f,ij}^N U_{Nf}^2(m_f, r_f) + C_{f,ij}^T U_{Tf}^2(m_f, r_f) + C_{f,ij}^{NT} U_{Nf}(m_f, r_f) U_{Tf}(m_f, r_f) \right) \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.21)$$

$$\Phi_f^{\text{end}} = \frac{1}{2} C_{f,ij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.22)$$

La fonction  $f_f(\alpha_f)$  est la fonction de lissage des chutes de rigidité en fonction de la variable  $\alpha_f$ .

Nous l'avons choisie telle que  $f_f^2(\alpha_f) = \frac{\alpha_f}{1 + \alpha_f}$ . Lorsque  $\alpha_f = 0$ , le matériau est sain et il n'y a pas de chute

de rigidité. On trouve bien  $f_f(0) = 0$ . De plus  $f_f^2(\alpha_f)$  est une fonction croissante : plus le matériau est endommagé, plus la chute de rigidité sera importante. Enfin sa valeur maximale est 1. Cette fonction a pour avantage lisser correctement la plupart des chutes de rigidité au sein de matériaux endommagés.

#### Evaluation de $A_f$ , $M_f$ et $R_f$

Nous avons vu au paragraphe 3.2.3 que les expressions de  $A_f$ ,  $M_f$  et  $R_f$  étaient données par les lois

d'état. Ainsi :  $A_f = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_f} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f} = \frac{\partial \Phi_f^{\text{end}}}{\partial \alpha_f}$ . Soit :

$$A_f = \frac{df_f(\alpha_f)}{d\alpha_f} f_f(\alpha_f) \left( C_{f,ij}^N U_{Nf}^2(m_f, r_f) + C_{f,ij}^T U_{Tf}^2(m_f, r_f) + C_{f,ij}^{NT} U_{Nf}(m_f, r_f) U_{Tf}(m_f, r_f) \right) \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.23)$$

$$\text{Ensuite : } M_f = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial m_f} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial m_f} = \frac{\partial \Phi_f^{\text{end}}}{\partial m_f} + \frac{\partial \Phi_f^{\text{end}}}{\partial m_f}$$

$$\text{Et : } R_f = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial r_f} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial r_f} = \frac{\partial \Phi_f^{\text{end}}}{\partial r_f} + \frac{\partial \Phi_f^{\text{end}}}{\partial r_f}$$

Puisque l'on se place dans le cas où les fissures sont ouvertes ou que les frottements entre leurs lèvres sont nuls, les variables  $m_f$  et  $r_f$  sont non dissipatives. Ceci se traduit par  $M_f = 0$  et  $R_f = 0$ . En invoquant le théorème des fonctions implicites, il est possible de trouver une fonction  $\Phi_f^{\text{end}}$  qui permette de vérifier ces deux équations.

#### Vérification du Second Principe de la Thermodynamique. Evolution des variables d'endommagement pour la fissuration intralaminare

Nous cherchons ici à vérifier l'inégalité (1) de l'équation 5.14 explicitée au paragraphe 3.2.4 :

$$-A_f \dot{\alpha}_f - M_f \dot{m}_f - R_f \dot{r}_f \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_f, \forall \dot{m}_f, \forall \dot{r}_f$$

Comme nous avons vu que les variables  $m_{ft}$  et  $r_{ft}$  étaient non dissipatives, cette inégalité devient :

$$-A_f \dot{\alpha}_f \geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_f \quad (5.24)$$

Le phénomène d'endommagement étant supposé indépendant du temps, écrire l'évolution de la variable  $\alpha_f$  en tenant compte de l'inégalité précédente peut se faire à l'aide d'une loi à seuil qui utilise un critère convexe  $c_f = c_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f, m_f, r_f)$  puis par l'écriture de l'hypothèse de cohérence. Ainsi, on choisit :

$$c(\xi^{\text{end}}, \alpha_f, m_f, r_f) = A_f^c(\alpha_f, m_f, r_f) - A_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f, m_f, r_f) \leq 0 \quad (5.25)$$

où  $A_f^c(\alpha_f, m_f, r_f)$  représente la fonction appelée seuil d'endommagement. C'est une propriété du milieu qui est donc à identifier.

En écrivant  $c_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f, m_f, r_f) = 0$  et  $dc_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f, m_f, r_f) = 0$  lors du processus d'endommagement, on trouve :

$$d\alpha_f = \frac{-\rho \frac{\partial^2 \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f \partial \xi_i^{\text{end}}} d\xi_i^{\text{end}} + \left( \rho \frac{\partial^2 \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f \partial m_f} - \frac{\partial A_f^c}{\partial m_f} \right) + \left( \rho \frac{\partial^2 \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f \partial r_f} - \frac{\partial A_f^c}{\partial r_f} \right)}{\rho \frac{\partial^2 \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f^2} - \frac{\partial A_f^c}{\partial \alpha_f}} \quad (5.26)$$

Par la suite, nous prendrons une fonction seuil d'endommagement de même nature que celle utilisée par Thionnet [Thionnet 1991] et ferons l'hypothèse que celle-ci ne dépend ni de  $m_f$ , ni de  $r_f$ . Elle s'écrit alors :

$$A_f^c(\alpha_f) = -b_f e^{\frac{\ln \left( \ln \left( 1 - \frac{\alpha_f}{c_f} \right) \right)}{a_f}} \quad (5.27)$$

les constantes  $a_f$ ,  $b_f$  et  $c_f$  étant à identifier.

On rappelle d'autre part que les variables  $m_f$  et  $r_f$  sont non dissipatives. Les équations  $M_f = 0$  et  $R_f = 0$  et les expressions obtenues permettent d'affirmer, en invoquant le théorème des fonctions implicites, que l'on peut écrire, au moins localement :  $m_f = m_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f)$  et  $r_f = r_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f)$ . Ceci traduit finalement le fait que la géométrie des fissures, définie au niveau microscopique par les variables  $m_f$  et  $r_f$ , dépend notamment de la sollicitation au niveau mésoscopique, au travers de la variable  $\xi^{\text{end}}$ . La donnée de la forme de ces fonctions fait partie de l'identification du modèle.

#### Explicitation des fonctions $m_f$ et $r_f$

Pour identifier les fonctions  $m_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f)$  et  $r_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f)$ , deux solutions sont possibles :

- soit on connaît les fonctions de saut  $[[u_{Nf}]]$  et  $[[u_{Tf}]]$ , c'est-à-dire que l'on a accès à une description des fissures et une identification au niveau microscopique. On est alors capable de calculer  $m_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f)$  et  $r_f(\xi^{\text{end}}, \alpha_f)$  par une procédure multi-échelle. C'est par exemple le cas si l'on se place dans le cadre de la théorie des milieux infinis ;



- soit on ne connaît pas les fonctions de saut  $[[u_{Nf}]]$  et  $[[u_{Tf}]]$ , c'est-à-dire que l'on n'a pas accès à une description et une identification au niveau microscopique. On est alors incapable de calculer  $m_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  et  $r_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  par une procédure multi-échelle.

C'est cette dernière situation qui correspond à notre étude. Les identifications de  $m_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  et  $r_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  doivent donc être réalisées au niveau mésoscopique (c'est en fait cette préoccupation qui a motivé a priori l'abandon des fonctions  $g_f$  et  $o_f$  au profit de  $m_f$  et  $r_f$ ). L'identification de  $m_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  est fondée sur le sens que l'on souhaite donner à cette quantité. C'est une fonction scalaire qui décrit de manière mésoscopique le mode d'ouverture des fissures en représentant pour la Mécanique de l'Endommagement, la notion connue de mode en Mécanique de la Rupture. Par référence au langage habituel, elle doit donc être construite de telle sorte :

- qu'elle soit égale à 1 dans le cas où la sollicitation sur le réseau de fissures est telle qu'elle induise un saut de déplacement tangentiel nul (mode 1) ;
- qu'elle soit égale à 2 dans le cas où la sollicitation sur le réseau de fissures est telle qu'elle induise un saut de déplacement normal nul (mode 2) ;
- qu'elle prenne toutes valeurs intermédiaires dans les configurations mixtes.

Celle de  $r_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  est fondée également sur le sens que l'on souhaite donner à cette quantité : c'est une fonction scalaire représentative de l'écart entre les lèvres des fissures. Le vecteur modélisant l'endommagement doit répondre également aux impératifs suivant : posséder une composante unique en mode 1 et en mode 2, et deux composantes en mode mixte. Cela impose pour tout  $r_f$  :

$$U_{Tf}(m_f = 1, r_f) = 0 \text{ et } U_{Nf}(m_f = 1, r_f) = 0$$

Egalement, étant donné que la fonction n'est pas a priori définie pour un état de déformation nulle, on choisit, pour tout  $m_f$  :

$$U_{Nf}(m_f, r_f = 0) = 0 \text{ et } U_{Tf}(m_f, r_f = 0) = 0$$

de manière à assurer la continuité du tenseur de rigidité du comportement au passage des états de contraintes de traction à ceux de compression (et réciproquement). Ces remarques sont générales au modèle et tout choix de  $m_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  et de  $r_f(\xi^{end}, \alpha_f)$  respectant ces conditions est acceptable. Ici, on s'inspire de l'équation d'un critère classique d'apparition de première fissure pour écrire la fonction  $m_f(\xi^{end}, \alpha_f)$ . Du fait du plan géométrique dans lequel on cantonne la modélisation, la déformation  $\epsilon_1^{end}$  n'a pas d'influence sur la géométrie du dommage (mais éventuellement en a sur sa cinétique d'apparition). Cela signifie que finalement :

- la frontière entre l'état de traction et l'état de compression des lèvres des fissures est  $\epsilon_2^{end} = 0$  ;
- la rupture en mode 1, c'est-à-dire conduisant à l'apparition de fissures dont les lèvres s'écartent est due exclusivement à  $\epsilon_2^{end}$  ;

- la rupture en mode 2, c'est-à-dire conduisant à l'apparition de fissures dont les lèvres sont cisillées est due exclusivement à  $\epsilon_6^{\text{end}}$ .

L'équation du critère choisi a la forme suivante :

$$\xi(\epsilon^{\text{end}}, \alpha_f) = \left( \frac{\epsilon_2^{\text{end}}}{\epsilon_2^{\text{RTrac}}(\alpha_f)} \right)^2 + \left( \frac{\epsilon_6^{\text{end}}}{\epsilon_6^{\text{RCis}}(\alpha_f)} \right)^2$$

où les quantités  $\epsilon_2^{\text{RTrac}}(\alpha_f)$  et  $\epsilon_6^{\text{RCis}}(\alpha_f)$  sont les déformations à rupture en traction dans le sens trame et en cisaillement du matériau équivalent, dépendantes a priori de l'endommagement. En posant  $n(\alpha_f) = \frac{\epsilon_2^{\text{RTrac}}}{\epsilon_6^{\text{RCis}}}$ , on

écrit la variable mode  $m_f$  et la définition de  $r_f$  apparaît d'elle-même :

$$\begin{aligned} \text{si } \epsilon_2^{\text{end}} > 0 \quad m_f(\epsilon^{\text{end}}, \alpha_f) &= \frac{2\epsilon_6^{\text{end}2} + \frac{\epsilon_2^{\text{end}2}}{n^2(\alpha_f)}}{\epsilon_6^{\text{end}2} + \frac{\epsilon_2^{\text{end}2}}{n^2(\alpha_f)}} \quad \text{et} \quad r_f(\epsilon^{\text{end}}, \alpha_f) = r_f(\epsilon_f^{\text{end}}) = \sqrt{\epsilon_2^{\text{end}2} + \epsilon_6^{\text{end}2}} \\ \text{si } \epsilon_2^{\text{end}} < 0 \quad m_f(\epsilon^{\text{end}}, \alpha_f) &= 2 \quad \text{et} \quad r_f(\epsilon^{\text{end}}, \alpha_f) = r_f(\epsilon_f^{\text{end}}) = \sqrt{\epsilon_6^{\text{end}2}} \end{aligned} \quad (5.28)$$

La valeur  $m_f = 2$  signifie que les fissures sont sollicitées en mode de cisaillement pur, c'est-à-dire que leurs lèvres sont fermées. C'est également le cas lorsqu'elles sont dans un état de compression. Donc,  $m_f = 2$  caractérise un réseau de fissures soit cisailé ( $r_f \neq 0$ ), soit comprimé ( $r_f = 0$ ), soit simultanément cisailé et comprimé ( $r_f \neq 0$ ). En ce qui concerne la variable  $r_f$ , elle traduit l'intensité d'ouverture des lèvres des fissures.

#### Explicitation du tenseur de comportement $\underline{\underline{C}}_f$ : traduction du caractère unilatéral du dommage

Le tenseur  $\underline{\underline{C}}_f^{\text{N}}$  visualise la perte de raideur due à la composante  $V_{\text{Nf}}$  de l'endommagement, lorsque les fissures sont ouvertes mais non en cisaillement : en conséquence  $B_{f4} = B_{f5} = B_{f6} = 0$ .

Le tenseur  $\underline{\underline{C}}_f^{\text{T}}$  visualise la perte de raideur due à la composante  $V_{\text{Tf}}$  de l'endommagement, lorsque les fissures sont soumises à un cisaillement mais non ouvertes : en conséquence  $C_{f1} = C_{f2} = C_{f3} = 0$ .

Le tenseur  $\underline{\underline{C}}_f^{\text{NT}}$  visualise la perte de raideur due au couplage des effets des deux composantes  $V_{\text{Nf}}$  et  $V_{\text{Tf}}$ . Cela correspond ici à la perte de l'orthotropie au profit de la monoclinicité. Dans le cas d'un tissu nous considérerons ces effets négligeables et prendrons le tenseur  $\underline{\underline{C}}_f^{\text{NT}}$  nul.

On obtient alors :

$$C_f = f_f^2(\alpha_f) \begin{pmatrix} 2B_{f1}U_{\text{Nf}}^2(m_f, r_f) & B_{f3}U_{\text{Nf}}^2(m_f, r_f) & C_{f5}U_{\text{Tf}}^2(m_f, r_f) \\ B_{f3}U_{\text{Nf}}^2(m_f, r_f) & 2B_{f2}U_{\text{Nf}}^2(m_f, r_f) & C_{f6}U_{\text{Tf}}^2(m_f, r_f) \\ C_{f5}U_{\text{Tf}}^2(m_f, r_f) & C_{f6}U_{\text{Tf}}^2(m_f, r_f) & 2C_{f4}U_{\text{Tf}}^2(m_f, r_f) \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

On peut maintenant remarquer comment se traduit le caractère unilatéral du dommage au sein de cette modélisation. Il suffit pour cela de procéder à la fermeture des fissures, c'est-à-dire d'évaluer la relation précédente pour  $m_f = 2$ . Ainsi :

$$C_f = f_f^2(\alpha_f) \begin{pmatrix} 0 & 0 & C_{f5} U_{Tf}^2(m_f, r_f) \\ 0 & 0 & C_{f6} U_{Tf}^2(m_f, r_f) \\ C_{f5} U_{Tf}^2(m_f, r_f) & C_{f6} U_{Tf}^2(m_f, r_f) & 2C_{f4} U_{Tf}^2(m_f, r_f) \end{pmatrix}$$

Elle est tout à fait conforme au sens physique du phénomène : les coefficients du tenseur de rigidité associés aux effets de traction/compression se restaurent, tandis que ceux associés aux effets de cisaillement ne se restaurent pas (sauf si l'on décide de prendre  $C_{f4} = C_{f5} = C_{f6} = 0$ ).

Maintenant que les variables  $m_f$  et  $r_f$  sont définies clairement, on peut faire une autre remarque qui va aider à comprendre l'identification du modèle. La théorie de l'homogénéisation des milieux fissurés montre que le comportement du matériau équivalent au matériau endommagé :

- doit dépendre de la direction de la sollicitation. La dépendance vis-à-vis de cette grandeur apparaît ici avec  $m_f$  ;
- ne doit pas dépendre de l'amplitude des contraintes. Or, une dépendance vis-à-vis de cette grandeur apparaît ici de manière explicite avec  $r_f$  .

En fait les fissures ne sont jamais strictement ouvertes ou fermées. En effet, les aspérités locales ou les déchets qui peuvent combler l'intérieur des fissures font qu'en réalité, le phénomène de restauration des propriétés du matériau est progressif. En particulier, le comportement tangent doit être continu au passage de la frontière traction/compression. C'est la variable  $r_f$  qui le permet. En conclusion, l'effet de  $r_f$  est important au voisinage d'un état où  $\epsilon_2^{end} = 0$ , mais doit être faible pour les autres états. Ces considérations permettent de justifier un choix particulier des fonctions  $U_{Tf}(m_f, r_f)$  et  $U_{Nf}(m_f, r_f)$ . Par exemple, on peut prendre :

$$U_{Nf}(m_f, r_f) = h_{Nf}(m_f) j_N(r_f) \quad \text{et} \quad U_{Tf}(m_f, r_f) = h_{Tf}(m_f) j_T(r_f) \quad (5.30)$$

$$\text{avec : } j_N(r_f) = j_T(r_f) = 1 - e^{-x_f r_f} \quad \text{avec } x_f \text{ réel positif grand.}$$

On retrouve ainsi le fait qu'à part pour l'état de déformation nul, le comportement dépend de l'orientation du tenseur des contraintes, c'est-à-dire ici de  $m_f$ , et quasiment pas de son amplitude, c'est-à-dire ici de  $r_f$ . Donc, finalement, le comportement peut s'écrire :

$$C_f = f_f^2(\alpha_f) \left(1 - e^{-x_f r_f}\right) \begin{pmatrix} 2B_{f1} h_{Nf}^2(m_f) & B_{f3} h_{Nf}^2(m_f) & C_{f5} h_{Tf}^2(m_f) \\ B_{f3} h_{Nf}^2(m_f) & 2B_{f2} h_{Nf}^2(m_f) & C_{f6} h_{Tf}^2(m_f) \\ C_{f5} h_{Tf}^2(m_f) & C_{f6} h_{Tf}^2(m_f) & 2C_{f4} h_{Tf}^2(m_f) \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

Les coefficients de la matrice  $C_f$  pourraient être identifiés à l'aide d'une investigation numérique fine : homogénéisation par exemple. Toutefois afin de limiter ce long travail qui n'est pas forcément nécessaire pour l'étude du matériau TWINTX (les fissures ont une géométrie plane et fixe), on limite également l'influence

de  $m_f$ . Cela n'exclue évidemment pas le fait que les effets unilatéraux sont correctement rendus. On choisit donc les fonctions  $h_N$  et  $h_T$  sous cette forme :

$$h_N(m_f) = 1 - e^{-x_f(2-m_f)} \quad \text{et} \quad h_T(m_f) = 1 - e^{-x_f(n_f-1)} \quad (5.32)$$

### 3.3.2 Modélisation de la rupture de fibres

#### Description du phénomène de rupture de fibres

Dans le cas du TWINTEX, le phénomène de rupture de fibres apparaît dans la direction de la chaîne et de la trame. Cet endommagement se crée sous des sollicitations uniaxiales dans la direction des fibres en traction et en compression mais de manière non symétrique. Il n'apparaît pas sous des sollicitations de cisaillement. Ce type d'endommagement n'affecte que les caractéristiques dans la direction des fibres. Il n'y a pas de phénomène de restauration.

#### Variables d'état et fonctions d'état associées à la rupture de fibres

L'endommagement par rupture de fibres dans la direction de la chaîne (respectivement de la trame) est décrit quantitativement par une variable scalaire  $\alpha_{rfc}$  (respectivement  $\alpha_{rft}$ ). Les variables associées sont notées  $A_{rfc}$  (respectivement  $A_{rft}$ ). Sur le même schéma que celui de la modélisation de la fissuration intralaminare, on définit les variables  $m_{rfc}$  et  $r_{rfc}$  ( $m_{rft}$  et  $r_{rft}$ ) avec leurs variables associées  $M_{rfc}$  et  $R_{rfc}$  ( $M_{rft}$  et  $R_{rft}$ ). En fait les variables  $m_{rfc}$  et  $r_{rfc}$  ( $m_{rft}$  et  $r_{rft}$ ) ne sont pas nécessaires, que pour prendre en compte le caractère non-symétrique de la loi d'évolution. On peut alors écrire pour la rupture de fibres dans la chaîne :

$$\begin{aligned} \text{si } \epsilon_1 > 0 \quad m_{rfc}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rfc}) &= \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1^{\text{RTrac}}} \quad \text{et} \quad r_{rfc}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rfc}) = r_{rfc}(\xi^{\text{end}}) = \sqrt{\epsilon_1^2} \\ \text{si } \epsilon_1 < 0 \quad m_{rfc}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rfc}) &= \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1^{\text{RComp}}} \quad \text{et} \quad r_{rfc}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rfc}) = r_{rfc}(\xi^{\text{end}}) = \sqrt{\epsilon_1^2} \end{aligned} \quad (5.33)$$

où  $\epsilon_1^{\text{RTrac}}$  et  $\epsilon_1^{\text{RComp}}$  correspondent respectivement aux valeurs à rupture en traction et en compression dans le sens chaîne. Pour la rupture de fibres dans la trame, on écrit :

$$\begin{aligned} \text{si } \epsilon_2 > 0 \quad m_{rft}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rft}) &= \frac{\epsilon_2}{\epsilon_2^{\text{RTrac}}} \quad \text{et} \quad r_{rft}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rft}) = r_{rft}(\xi^{\text{end}}) = \sqrt{\epsilon_2^2} \\ \text{si } \epsilon_2 < 0 \quad m_{rft}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rft}) &= \frac{\epsilon_2}{\epsilon_2^{\text{RComp}}} \quad \text{et} \quad r_{rft}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{rft}) = r_{rft}(\xi^{\text{end}}) = \sqrt{\epsilon_2^2} \end{aligned} \quad (5.34)$$

où  $\epsilon_2^{\text{RTrac}}$  et  $\epsilon_2^{\text{RComp}}$  correspondent respectivement aux valeurs à rupture en traction et en compression dans le sens trame.

Potentiel d'état

Nous allons écrire les potentiels  $\varphi_{\text{rfc}}^{\text{end}}$  et  $\varphi_{\text{rft}}^{\text{end}}$  en nous inspirant de l'écriture obtenue de  $\varphi_{\text{ft}}^{\text{end}}$  lors de la modélisation de la fissuration intralaminare. Toutefois, l'endommagement par rupture de fibres n'affectant que les caractéristiques dans la direction des fibres, nous observons les simplifications suivantes :

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{\text{rfc}}^{\text{N}} &= \begin{pmatrix} 2B_{\text{rfc}1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{C}_{\text{rfc}}^{\text{T}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{C}_{\text{rfc}}^{\text{NT}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \tilde{C}_{\text{rft}}^{\text{N}} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2B_{\text{rfc}2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{C}_{\text{rft}}^{\text{T}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{C}_{\text{rft}}^{\text{NT}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Les potentiels d'état  $\varphi_{\text{rfc}}^{\text{end}}$  et  $\varphi_{\text{rft}}^{\text{end}}$  s'écrivent alors :

$$\varphi_{\text{rfc}}^{\text{end}} = \frac{1}{2} f_{\text{rfc}}^2(\alpha_{\text{rfc}}) \left( C_{\text{rfc}ij}^{\text{N}} U_{\text{Nrfe}}^2(m_{\text{rfc}}, r_{\text{rfc}}) \right) \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} = \frac{1}{2} C_{\text{rfc}ij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.35)$$

$$\varphi_{\text{rft}}^{\text{end}} = \frac{1}{2} f_{\text{rft}}^2(\alpha_{\text{rft}}) \left( C_{\text{rft}ij}^{\text{N}} U_{\text{Nrft}}^2(m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) \right) \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} = \frac{1}{2} C_{\text{rft}ij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.36)$$

Les fonctions de lissage  $f_{\text{rfc}}$  et  $f_{\text{rft}}$  sont identiques à  $f_f$  et donc telles que :  $f_{\text{rfc}}^2(\alpha_{\text{rfc}}) = \frac{\alpha_{\text{rfc}}}{1 + \alpha_{\text{rfc}}}$  et

$f_{\text{rft}}^2(\alpha_{\text{rft}}) = \frac{\alpha_{\text{rft}}}{1 + \alpha_{\text{rft}}}$ .  $f_{\text{rfc}}^2$  (respectivement  $f_{\text{rft}}^2$ ) ne prendra en fait que deux valeurs :

- 0 lorsque  $\alpha_{\text{rfc}}$  (respectivement  $\alpha_{\text{rft}}$ ) vaudra 0 ;
- $\frac{1}{2}$  lorsque  $\alpha_{\text{rfc}}$  (respectivement  $\alpha_{\text{rft}}$ ) vaudra 1.

Les propriétés ne se restaurent pas. Toutefois, les chutes de rigidité induites par le phénomène sont différentes suivant que le matériau est dans un état de compression ou de traction. On choisit donc d'écrire :

$$h_{\text{N}}(m_{\text{rfc}}) = 1 - e^{-x_{\text{rfc}}(m_{\text{rfc}}+1)} \quad (5.37)$$

$$h_{\text{N}}(m_{\text{rft}}) = 1 - e^{-x_{\text{rft}}(m_{\text{rft}}+1)} \quad (5.38)$$

avec  $x_{\text{rfc}}$  et  $x_{\text{rft}}$  réels positifs grands. Avec une telle forme de fonctions, la rupture de fibres en compression n'affectera pas la rigidité du matériau. Toutefois, les fibres étant rompues en compression, si l'état de contraintes repasse en traction, la chute de rigidité sera effective. En réalité, la rupture de fibres affecte la rigidité du matériau en compression mais les données expérimentales dont nous disposons ne nous permettent pas d'évaluer dans quelle mesure. Disposant de cette information, nous aurions pu faire un autre choix de fonctions.

Finalement:

$$C_{\text{rfc}} = f_{\text{rfc}}^2(\alpha_{\text{rfc}}) \left( 1 - e^{-x_{\text{rfc}} r_{\text{rfc}}} \right) \begin{pmatrix} 2B_{\text{rfc}1} h_{\text{Nrfe}}^2(m_{\text{rfc}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

$$C_{\text{rft}} = f_{\text{rft}}^2(\alpha_{\text{rft}}) \left( 1 - e^{-\alpha_{\text{rft}} f_{\text{rft}}} \right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2B_{\text{rft}2} h_{\text{Nrft}}^2(m_{\text{rft}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

### Lois d'état

Comme pour la modélisation de la fissuration intralaminare, les variables  $M_{\text{rft}}$ ,  $M_{\text{rft}}$ ,  $R_{\text{rft}}$  et  $R_{\text{rft}}$  sont non-dissipatives. Reste à évaluer  $A_{\text{rft}}$  et  $A_{\text{rft}}$  :

$$A_{\text{rft}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_{\text{rft}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_{\text{rft}}} = \frac{\partial \varphi_{\text{rft}}^{\text{end}}}{\partial \alpha_{\text{rft}}} = \frac{df_{\text{rft}}(\alpha_{\text{rft}})}{d\alpha_{\text{rft}}} f_{\text{rft}}(\alpha_{\text{rft}}) \left( C_{\text{rft}ij}^N U_{\text{Nrft}}^2(m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) \right) \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.41)$$

$$A_{\text{rft}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_{\text{rft}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_{\text{rft}}} = \frac{\partial \varphi_{\text{rft}}^{\text{end}}}{\partial \alpha_{\text{rft}}} = \frac{df_{\text{rft}}(\alpha_{\text{rft}})}{d\alpha_{\text{rft}}} f_{\text{rft}}(\alpha_{\text{rft}}) \left( C_{\text{rft}ij}^N U_{\text{Nrft}}^2(m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) \right) \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.42)$$

### Lois d'évolution

On cherche ici à vérifier les inégalités (2) et (3) de l'équation 5.14, explicitée au paragraphe 3.2.4 :

$$\begin{aligned} -A_{\text{rft}} \dot{\alpha}_{\text{rft}} - M_{\text{rft}} \dot{m}_{\text{rft}} - R_{\text{rft}} \dot{r}_{\text{rft}} &\geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_{\text{rft}}, \forall \dot{m}_{\text{rft}}, \forall \dot{r}_{\text{rft}} \\ -A_{\text{rft}} \dot{\alpha}_{\text{rft}} - M_{\text{rft}} \dot{m}_{\text{rft}} - R_{\text{rft}} \dot{r}_{\text{rft}} &\geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_{\text{rft}}, \forall \dot{m}_{\text{rft}}, \forall \dot{r}_{\text{rft}} \end{aligned}$$

$M_{\text{rft}}$ ,  $M_{\text{rft}}$ ,  $R_{\text{rft}}$  et  $R_{\text{rft}}$  étant non-dissipatives, elles s'écrivent :

$$\begin{aligned} -A_{\text{rft}} \dot{\alpha}_{\text{rft}} &\geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_{\text{rft}} \\ \text{et } -A_{\text{rft}} \dot{\alpha}_{\text{rft}} &\geq 0 \quad \forall \dot{\alpha}_{\text{rft}} \end{aligned}$$

Comme la fissuration intralaminare, le phénomène de rupture de fibres est supposé indépendant du temps. On peut alors écrire l'évolution des variables  $\alpha_{\text{rft}}$  et  $\alpha_{\text{rft}}$  à l'aide de deux lois à seuil qui utilisent des critères convexes  $c_{\text{rft}} = c_{\text{rft}}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}})$  et  $c_{\text{rft}} = c_{\text{rft}}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}})$  puis par l'écriture de l'hypothèse de cohérence :

$$c_{\text{rft}}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) = A_{\text{rft}}^c(\alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) - A_{\text{rft}}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) \leq 0 \quad (5.43)$$

$$c_{\text{rft}}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) = A_{\text{rft}}^c(\alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) - A_{\text{rft}}(\xi^{\text{end}}, \alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}}) \leq 0 \quad (5.44)$$

où  $A_{\text{rft}}^c(\alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}})$  et  $A_{\text{rft}}^c(\alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}})$  sont les fonctions seuils d'endommagements.

Le phénomène de rupture de fibres étant dissymétrique en traction et en compression, on écrira :

$$A_{\text{rft}}^c = \begin{cases} A_{\text{rft}}^{cT} & \text{si } m_{\text{rft}} > 0 \\ A_{\text{rft}}^{cC} & \text{si } m_{\text{rft}} \leq 0 \end{cases} \text{ et } A_{\text{rft}} = \begin{cases} A_{\text{rft}}^{cT} & \text{si } m_{\text{rft}} > 0 \\ A_{\text{rft}}^{cC} & \text{si } m_{\text{rft}} \leq 0 \end{cases}$$

En utilisant l'hypothèse de cohérence, on obtient les lois d'évolution de  $\alpha_{\text{rft}}$  et  $\alpha_{\text{rft}}$ . Toutefois, le phénomène de rupture de fibres est assez brutal. L'identification des différentes fonctions et coefficients du modèle de comportement doit être faite de telle sorte que la modélisation rende compte de ce caractère brutal. Enfin, plutôt que d'identifier très précisément les fonctions seuils  $A_{\text{rft}}^c(\alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}})$  et  $A_{\text{rft}}^c(\alpha_{\text{rft}}, m_{\text{rft}}, r_{\text{rft}})$

invoquons le Théorème des Fonctions Implicites pour justifier le fait qu'en choisissant judicieusement ces fonctions, il est toujours possible de faire en sorte que la fonction solution de l'équation différentielle donnant l'évolution de la variable d'endommagement s'écrive, au moins localement, sous la forme :

$$\alpha_{rfc} = \begin{cases} 1 & \text{si } m_{rfc} > 0 \\ 1 & \text{si } m_{rfc} \leq -1 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } m_{rfc} \end{cases} \quad \text{et} \quad \alpha_{rft} = \begin{cases} 1 & \text{si } m_{rft} > 0 \\ 1 & \text{si } m_{rft} \leq -1 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } m_{rft} \end{cases} \quad (5.45)$$

Une fois que les variables  $\alpha_{rfc}$  et  $\alpha_{rft}$  ont atteint la valeur 1, elles n'évoluent plus : les fibres sont cassées et ce phénomène est irréversible.

Autre point important, nous considérerons que le caractère brutal de la rupture de fibres porte à saturation l'endommagement par fissuration.

### 3.3.3 Cumul de l'endommagement par fissuration intralaminare et par rupture de fibres : récapitulatif

#### Potentiel d'état

Rappelons que le potentiel d'état pour la modélisation de l'endommagement a la forme suivante :

$$\rho \Psi^{\text{end}} = \varphi^{\text{end}}(\xi^{\text{end}}, \vec{V}_f(\alpha_f, m_f, r_f), \vec{V}_{rfc}(\alpha_{rfc}, m_{rfc}, r_{rfc}), \vec{V}_{rft}(\alpha_{rft}, m_{rft}, r_{rft})) \\ + \Phi_f^{\text{end}}(m_f, r_f) + \Phi_{rfc}^{\text{end}}(m_{rfc}, r_{rfc}) + \Phi_{rft}^{\text{end}}(m_{rft}, r_{rft})$$

$$\text{et que : } \varphi^{\text{end}} = \varphi_0(\xi^{\text{end}}) + \varphi_f(\xi^{\text{end}}, V_{Tf}, V_{Nf}) + \varphi_{rfc}(\xi^{\text{end}}, V_{Trfc}, V_{Nrft}) + \varphi_{rft}(\xi^{\text{end}}, V_{Trft}, V_{Nrft})$$

Lorsque le matériau subit à la fois de la fissuration et de l'endommagement par rupture de fibres dans les sens chaîne et trame, comme c'est le cas pour le TWINTEx, il s'écrit :

$$\varphi^{\text{end}} = \frac{1}{2} C_{0ij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} + \frac{1}{2} C_{fij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} + \frac{1}{2} C_{rfcij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} + \frac{1}{2} C_{rftij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} = \frac{1}{2} C_{ij} \epsilon_i^{\text{end}} \epsilon_j^{\text{end}} \quad (5.46)$$

#### Expression de la contrainte

L'expression de la contrainte s'obtient par les lois d'état :

$$\underline{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\epsilon}^{\text{end}}} = \rho \frac{\partial \Psi^{\text{end}}}{\partial \underline{\epsilon}^{\text{end}}} = \frac{\partial \varphi^{\text{end}}}{\partial \underline{\epsilon}^{\text{end}}}$$

On trouve alors :

$$\underline{\sigma} = \underline{C} \cdot \underline{\epsilon}^{\text{end}} \quad (5.47)$$

### 3.4 Modélisation de la viscoélasticité

Comme nous l'avons observé expérimentalement lors des essais de charge-décharge ou de traction à différentes vitesses, pour de faibles déformations, les comportements du TWINTEx (sauf s'il est sollicité dans le sens chaîne) et du PP-FVC présentent un caractère viscoélastique qu'il est important de prendre en compte. Rappelons que la viscoélasticité correspond à des phénomènes dissipatifs associés à l'élasticité qui sont réversibles mais non instantanément. Elle est l'intermédiaire entre l'élasticité, par la notion de réversibilité et

l'absence de seuil, et la viscoplasticité par la notion d'hérédité, c'est-à-dire l'influence du trajet de chargement sur la réponse du matériau.

### 3.4.1 Potentiel d'état viscoélastique et évaluation de $\underline{\underline{\sigma}}^{ve}$

En nous inspirant de l'écriture d'un modèle élastique linéaire, nous pouvons faire le choix du potentiel d'état viscoélastique suivant :

$$\rho \Psi^{ve}(\underline{\underline{\epsilon}}^{ve}) = \frac{1}{2} (\underline{\underline{C}}_{ve} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}^{ve}) : \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} \quad (5.48)$$

où  $\underline{\underline{C}}_{ve}$  est un tenseur défini positif. Il en découle alors :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{ve} = \underline{\underline{C}}_{ve} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}^{ve}$$

### 3.4.2 Vérification du second principe de la thermodynamique

Il s'agit ici de vérifier l'inégalité (4) explicitée au paragraphe 3.2.4 :

$$(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}^{ve}) : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve} \geq 0 \quad \forall \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve}$$

On peut vérifier cette inégalité en écrivant :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}^{ve} = \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve} \quad (5.49)$$

où  $\underline{\underline{\gamma}}$  est un tenseur défini positif. On a alors :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_{ve} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} + \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve} \quad (5.50)$$

Dans le cas où le matériau ne subit aucun endommagement,  $\underline{\underline{\epsilon}}^{end} = \underline{\underline{\epsilon}}^e$ , on peut montrer que l'équation précédente s'écrit :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve}) + \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \cdot (\underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^{ve}) \quad (5.51)$$

où :

- $\underline{\underline{C}}_0$  est la matrice de rigidité du matériau sain. C'est la matrice d'élasticité immédiate c'est-à-dire lorsque le matériau est sollicité avec une vitesse infiniment rapide ;
- $\underline{\underline{C}}_\infty$  est la matrice d'élasticité infinie, c'est à dire qu'elle caractérise l'élasticité du matériau sollicité avec une vitesse infiniment lente ;
- $\underline{\underline{\gamma}}$  est la matrice de relaxation.

#### Démonstration de l'équivalence :

Dans le cas où le matériau n'est pas endommagé, on a en effet  $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot \underline{\underline{\epsilon}}^e$ , la déformation  $\underline{\underline{\epsilon}}^e$  correspondant en fait à la déformation élastique. Cela nous donne :  $\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e$ .

En remplaçant dans l'équation  $\underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve}) + \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \cdot (\underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^{ve})$ , on obtient :



$$\underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve} + \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \cdot \left( \underline{\underline{C}}_0^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} \right)$$

En supposant qu'il ne se pose aucun problème d'inversion et en posant  $\underline{\underline{\gamma}}^{-1} = \underline{\underline{\tau}}$ , on obtient alors :

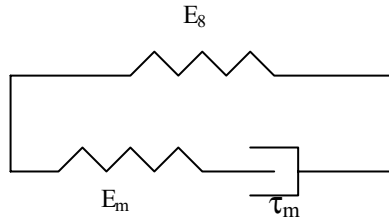
$$\underline{\underline{\sigma}} = \left( \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}}_\infty \times \underline{\underline{C}}_0^{-1} \right)^{-1} \times \left( \underline{\underline{\tau}} \times \underline{\underline{C}}_0 \right) \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve} + \left( \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}}_\infty \times \underline{\underline{C}}_0^{-1} \right)^{-1} \cdot \left( \underline{\underline{C}}_\infty \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} \right) \quad (5.52)$$

expression que l'on peut identifier avec :  $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_{ve} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} + \underline{\underline{\nu}} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve}$ .

Notons que dans le cas unidimensionnel, la loi  $\underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve}) + \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \cdot (\underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^{ve})$ , s'écrit :

$$\tau \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\sigma}} = \tau E_0 (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve}) + E_\infty (\underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^{ve}) \quad (5.53)$$

Elle est alors équivalente au modèle de Zener solide (Figure 5. 3) avec les relations  $E_0 = E_m + E_\infty$  et  $\eta_m = \tau E_m$ .



**Figure 5. 3** – Modèle rhéologique dit « Zener solide »

Nous avons choisi dans notre modèle de découpler les phénomènes dissipatifs. Nous considérerons donc, dans le cadre de notre modélisation, que l'évolution de la déformation viscoélastique est donnée par la même équation que pour un matériau non endommagé. Nous devons donc vérifier l'équation suivante :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{end} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{ve}) + \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \cdot (\underline{\underline{\epsilon}}^{end} + \underline{\underline{\epsilon}}^{ve})$$

### 3.5 Modélisation de la viscoplasticité

L'étude expérimentale nous a permis de mettre en évidence des phénomènes viscoplastiques lors de sollicitations en cisaillement pour le TWINTEx et dans toutes les directions pour le PP-FVC.

La formulation de la loi de comportement viscoplastique permet de traiter l'évolution temporelle des déformations permanentes. Elle consiste dans un premier temps à définir une contrainte équivalente puis ensuite à écrire les lois d'évolution. Au cours de ces deux étapes, la phénoménologie du comportement ainsi que les principes d'écriture d'une loi de comportement nous servent de guide à la formulation des lois de comportement.

### 3.5.1 Contrainte équivalente – critère de plasticité

Rappelons que, pour la modélisation de la viscoplasticité nous avons fait le choix du tenseur des déformations viscoplastiques  $\underline{\varepsilon}^{vp}$  avec sa variable duale  $\underline{\sigma}^{vp}$  et d'une autre variable tensorielle  $\underline{\alpha}$  que l'on appellera écrouissage cinématique par analogie avec les matériaux métalliques. Sa variable conjuguée  $\underline{X}$  correspondant au déplacement du centre du domaine de plasticité dans l'espace des contraintes principales (Figure 5. 4).

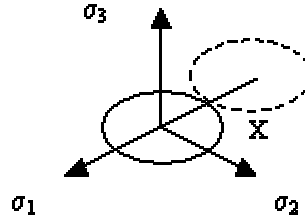


Figure 5. 4 - Illustration d'une loi d'écrouissage cinématique dans l'espace des contraintes principales

La contrainte équivalente représente la grandeur efficace qui active la plasticité. Le critère est ici transformé par l'écrouissage cinématique et s'écrit comme une fonction scalaire des composantes du tenseur  $(\underline{\sigma} - \underline{X})$ . Comme Sun [Sun 1989], Petitpas [Petitpas 1993] et Le Bassier [Le Bassier 2002], pour la modélisation des phénomènes plastiques au sein de composites à matrice organique, nous avons choisi ici un critère sous une forme quadratique simple :

$$f(\underline{\sigma}, \underline{X}) = \sqrt{(\underline{\sigma} - \underline{X}) : (\underline{M} : (\underline{\sigma} - \underline{X}))} - R_0 \quad (5.54)$$

Le critère de plasticité est atteint lorsque la fonction de charge s'annule :  $f(\underline{\sigma}, \underline{X}) = 0$ . Nous noterons  $J(\underline{\sigma}, \underline{X}) = \sqrt{(\underline{\sigma} - \underline{X}) : (\underline{M} : (\underline{\sigma} - \underline{X}))}$ .

$R_0$  est un scalaire qui représente le seuil d'écoulement (à mettre en parallèle avec la limite d'élasticité dans un cas isotrope). Le tenseur du 4<sup>ème</sup> ordre  $\underline{M}$  doit respecter les symétries matérielles du matériau.

### 3.5.2 Potentiel d'état viscoplastique

Nous avons fait l'hypothèse au paragraphe § 3.2.2 que le potentiel d'état viscoplastique ne dépendait que de l'écrouissage cinématique  $\underline{\alpha}$ . Nous donnons ici son expression sous une forme couramment utilisée :

$$\rho \Psi^{vp}(\underline{\alpha}) = \frac{1}{2} C_{ecrij} \alpha_i \alpha_j \quad (5.55)$$

Cette écriture anisotrope de l'écrouissage cinématique s'inspire de celle utilisée par Nouailhas [Nouailhas 1992]. On en déduit l'expression de  $\underline{X}$  par les lois d'état :

$$\underline{X} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\alpha}} = \rho \frac{\partial \Psi^{vp}}{\partial \underline{\alpha}} = \underline{C}_{ecr} \cdot \underline{\alpha} \quad (5.56)$$

### 3.5.3 Vérification du second principe de la thermodynamique

Il s'agit ici de vérifier la dernière inégalité du système explicité dans l'équation 5.14 au paragraphe § 3.2.4 :

$$\underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \underline{X} : \dot{\underline{\alpha}} \geq 0 \quad \forall \dot{\underline{\varepsilon}}^{vp}, \forall \dot{\underline{\alpha}}$$

Pour vérifier cette inégalité, on utilise la théorie de la viscoplasticité classique avec un potentiel d'écoulement de Norton [Lemaitre 1985] pour décrire l'évolution des surfaces équipotentielles. Ainsi, on définit un potentiel de dissipation  $\varphi^{*vp}$  qui s'exprime sous la forme duale :

$$\varphi^{*vp} = \varphi^{*vp}(\underline{\sigma}, \underline{X}, \underline{\alpha}) = \frac{K}{n+1} \left( \frac{F}{K} \right)^{n+1} \quad (5.57)$$

où  $n$  et  $K$  sont des scalaires

$$\text{et avec } F = f + \frac{1}{2}((\underline{D} \times \underline{C}_{ecr}^{-1}) \cdot \underline{X}) : \underline{X} - \frac{1}{2}((\underline{C}_{ecr} \times \underline{D}) \cdot \underline{\alpha}) : \underline{\alpha} = f \quad (5.58)$$

On obtient alors les lois complémentaires suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\underline{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi^{*vp}}{\partial \underline{\sigma}} = \left( \frac{f}{K} \right)^n \frac{\underline{M} \cdot (\underline{\sigma} - \underline{X})}{J} = \dot{p} \frac{\underline{M} \cdot (\underline{\sigma} - \underline{X})}{J} \\ \dot{\underline{\alpha}} = -\frac{\partial \varphi^{*vp}}{\partial \underline{X}} = \dot{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \left( \frac{f}{K} \right)^n (\underline{D} \times \underline{C}_{ecr}^{-1}) \cdot \underline{X} = \dot{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \left( \frac{f}{K} \right)^n \underline{D} \cdot \underline{\alpha} = \dot{\underline{\varepsilon}}^{vp} - \dot{p} \underline{D} \cdot \underline{\alpha} \end{array} \right. \quad (5.59)$$

$$\text{avec } \dot{p} = \left( \frac{f}{K} \right)^n.$$

Notons que l'écroissage cinématique considéré est non linéaire. Il contient en effet un terme de rappel fournissant un effet de mémoire évanescence du trajet de déformation.

## 4 Simplification de la loi de comportement pour le PP-FVC

Rappelons que pour le comportement du PP-FVC, nous n'avons pas observé d'endommagement en dehors de la zone de rupture. Le comportement de ce matériau est donc élasto-viscoplastique et basé sur une partition de la déformation en trois déformations :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{ve} + \underline{\varepsilon}^{vp} \quad (5.60)$$

où  $\underline{\varepsilon}^e$  est la déformation élastique. Le potentiel d'état est également basé sur une partition en trois :

$$\rho \Psi = \rho \Psi^e + \rho \Psi^{ve} + \rho \Psi^{vp} \quad (5.61)$$

$$\rho \Psi = \frac{1}{2}(\underline{C}_0 \cdot \underline{\varepsilon}^e) : \underline{\varepsilon}^e + \frac{1}{2}(\underline{C}_{ve} \cdot \underline{\varepsilon}^{ve}) : \underline{\varepsilon}^{ve} + \frac{1}{2}(\underline{C}_{ecr} \cdot \underline{\alpha}) : \underline{\alpha} \quad (5.62)$$

Les variables internes et leurs variables conjuguées sont répertoriées dans le Tableau 3.2.

Variables d'état internes	Variables duales
$\underline{\underline{\xi}}^e$	$\underline{\underline{\sigma}}$
$\underline{\underline{\xi}}^{ve}$	$\underline{\underline{\sigma}}^{ve}$
$\underline{\underline{\xi}}^{vp}$	$\underline{\underline{\sigma}}^{vp}$
$\underline{\underline{\alpha}}$	$\underline{\underline{X}}$

**Tableau 5. 2**– Variables d'état et variables conjuguées  
pour la modélisation du comportement du PP-FVC

La vérification du second principe passe par la vérification du système d'inégalités suivant :

$$\begin{cases} (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}^{ve}) : \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{ve} \geq 0 & \forall \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{ve} & (1) \\ \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{vp} - \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{\dot{\alpha}}} \geq 0 & \forall \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{vp}, \forall \underline{\underline{\dot{\alpha}}} & (2) \end{cases} \quad (5.63)$$

L'inégalité (1) se vérifie avec la modélisation de la viscoélasticité (§ 3.4) et revient à vérifier l'équation linéaire du premier ordre suivante :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \underline{\underline{\gamma}} \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_0 \cdot (\underline{\underline{\dot{\xi}}}^e + \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{ve}) + \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \cdot (\underline{\underline{\xi}}^e + \underline{\underline{\xi}}^{ve})$$

L'inégalité (2) se vérifie avec la modélisation de la viscoplasticité (§ 3.5) qui passe par l'écriture d'un seuil de plasticité  $f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = \sqrt{(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{M}} \cdot (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}))} - R_0$  et d'un potentiel de dissipation donnant les lois d'évolution suivantes :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{vp} = \left( \frac{f}{K} \right)^n \frac{\underline{\underline{M}} \cdot (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{J} = \dot{p} \frac{\underline{\underline{M}} \cdot (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{J} \\ \underline{\underline{\dot{\alpha}}} = \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{vp} - \left( \frac{f}{K} \right)^n \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\alpha}} = \underline{\underline{\dot{\xi}}}^{vp} - \dot{p} \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\alpha}} \end{cases}$$

## 5 Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre la loi de comportement générique élasto-viscoplastique endommageable, écrit à l'échelle mésoscopique, qui nous permettra après identification de modéliser le comportement statique et dynamique des matériaux étudiés. Le modèle d'endommagement, actif uniquement pour le TWINTX, décrit la multiplication des fissures dans les torons de chaîne ainsi que la rupture de fibres. Son écriture s'inspire de la modélisation vectorielle de l'endommagement au sein d'un unidirectionnel. La modélisation de la viscoélasticité correspond à l'écriture anisotrope du modèle de Zener. Enfin, la modélisation de la viscoplasticité est basée sur un écoulement de Norton, un critère de plasticité et un écrouissage cinématique non linéaire anisotropes.



# CHAPITRE 6

## IMPLEMENTATION DU MODELE DE COMPORTEMENT

### 1 Introduction

Nous avons choisi d'implémenter notre modèle dans le code de calcul ZéBuLoN développé au Centre des Matériaux. Ce code récent, basé sur une structure de programmation de type « objet », écrit en C++, offre en effet un cadre pratique pour l'implémentation de modèles complexes à l'aide de schémas d'intégration performants.

Plus précisément, le pré-processeur Z-Front, inclus dans le code ZéBuLoN, permet de développer de nouvelles lois de comportement de manière relativement simple par un accès facilité à la méthode d'intégration explicite de Runge-Kutta et à la méthode d'intégration implicite 'P-method' ainsi qu'à des opérateurs mathématiques préprogrammés. Enfin, Z-Front donne accès simplement à la matrice tangente élémentaire  $\underline{\underline{L}} = \frac{\partial \Delta \underline{\underline{\sigma}}}{\partial \Delta \underline{\underline{\epsilon}}}$ . Par assemblage, ces matrices fourniront la matrice tangente globale  $\underline{\underline{L}}^G$  de l'algorithme de Newton-Raphson implanté dans ZéBuLoN pour la résolution de calculs de structures en non-linéaire.

Notons que ce chapitre s'inspire du premier chapitre de la thèse d'Habilitation à Diriger des Recherches de Besson [Besson 1999] ainsi que du chapitre sur le calcul de structures en non linéaire du livre « Mécanique non linéaire des matériaux » [Besson 2001 b].

### 2 Intégration des lois d'évolution de la loi de comportement

Un calcul par éléments finis classique est basé sur une formulation en déplacement. Pour cette raison, les grandeurs directement accessibles sont la déformation totale  $\underline{\underline{\epsilon}}$  et ses incréments  $\Delta \underline{\underline{\epsilon}}$ . Donc, même si  $\underline{\underline{\epsilon}}$  n'est pas choisie parmi les variables d'état de la loi de comportement, elle est utilisée en entrée du bloc dédié à l'intégration de cette loi. Sa variable associée est le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  dont les incréments sont notés  $\Delta \underline{\underline{\sigma}}$ .

Comme nous l'avons vu, l'état thermodynamique d'un matériau est défini par un ensemble de variables d'état internes ( $\underline{\underline{\epsilon}}^{\text{end}}, \underline{\underline{\epsilon}}^{\text{ve}}, \dots$ ), une loi d'état et une loi d'évolution étant associées à chacune d'elle.

Les lois d'état, en termes mathématiques, sont chargées, à partir des variables d'état, de calculer les variables duales (variables associées). Ces relations sont données de manière explicite et donc ne nécessitent pas d'intégration.

En revanche, les lois d'évolution se présentent sous la forme d'équations différentielles qu'il est donc nécessaire d'intégrer. Deux cas se présentent alors : soit on dispose de la solution analytique de cette équation, soit on n'en dispose pas. Le plus souvent nous nous trouvons dans le second cas. Toutefois, lorsque l'on dispose de cette solution analytique, pour des raisons de temps de calcul, il est préférable de l'utiliser.

Dans le cadre de l'implémentation, une variable interne peut donc être traitée de deux façons différentes :

- soit comme une variable à intégrer ( $\underline{v}_{int}^i$ ) lorsqu'une intégration de sa loi d'évolution est nécessaire.

L'ensemble des variables à intégrer est noté  $\underline{v}_{int}$  ;

- soit comme une variable auxiliaire ( $\underline{v}_{aux}^i$ ) lorsque l'on dispose de la forme analytique de son évolution.

L'ensemble des variables auxiliaires est noté  $\underline{v}_{aux}$ .

Notons que l'ensemble des variables auxiliaires  $\underline{v}_{aux}$  englobe non seulement les variables internes dont on dispose de l'expression analytique de l'évolution mais également toutes les variables que l'on souhaite utiliser durant le calcul et dont on souhaite disposer en post-traitement. Ces variables ne nécessitent pas d'intégration. Il s'agit par exemple de la contrainte équivalente, de la force thermodynamique  $A_f$  associée à l'endommagement par fissuration...

La loi de comportement utilise également un ensemble de coefficients tensoriels, noté  $CO$ , tels que le tenseur de rigidité élastique, la limite d'élasticité, les coefficients d'écrouissage...

Comme nous l'avons vu, les lois d'évolution sont des équations différentielles des variables internes à intégrer :

$$\frac{d\underline{v}_{int}^i}{dt} = F\left(\underline{v}_{int}, \underline{v}_{aux}, \frac{d\underline{v}_{int}}{dt}, CO, \underline{\varepsilon}, \frac{d\underline{\varepsilon}}{dt}\right) \quad (6.1)$$

$\underline{\varepsilon}$  et sa dérivée par rapport au temps n'apparaissent dans l'équation précédente qu'en tant que variable d'entrée du bloc dédié à l'intégration de la loi de comportement. L'intégration de cette équation peut se faire à l'aide d'un schéma explicite (méthode de type Runge-Kutta) ou implicite ( $\theta$ -method).

Nous proposons un schéma récapitulatif de l'interface du comportement dans le cadre de notre étude sur la Figure 6. 1. On se place dans le cadre d'une évaluation incrémentale du comportement. On effectue un incrément de temps  $\Delta t$  tel que  $t' = t + \Delta t$  durant lequel s'opère un incrément de déformation  $\Delta \underline{\varepsilon}$ . A la date  $t$ , nous connaissons la valeur de l'ensemble des grandeurs  $\underline{v}_{int}$ ,  $\underline{v}_{aux}$ ,  $\underline{\sigma}$ ,  $\underline{\varepsilon}$  notées  $\underline{v}_{int}^t$ ,  $\underline{v}_{aux}^t$ ,  $\underline{\sigma}^t$ ,  $\underline{\varepsilon}^t$ . Le but est alors de calculer la valeur de ces mêmes grandeurs à  $t'$  notées  $\underline{v}_{int}^{t'}$ ,  $\underline{v}_{aux}^{t'}$ ,  $\underline{\sigma}^{t'}$  et  $\underline{\varepsilon}^{t'}$ . La valeur en fin d'incrément de la variable pilote  $\underline{\varepsilon}$  est donnée par  $\underline{\varepsilon}^{t'} = \underline{\varepsilon}^t + \Delta \underline{\varepsilon}$ . Les lois d'état et l'intégration des lois d'évolution doivent permettre d'évaluer  $\underline{v}_{int}^{t'}$ ,  $\underline{v}_{aux}^{t'}$  et  $\underline{\sigma}^{t'}$  ainsi que la matrice tangente élémentaire  $\underline{L}_t$ .

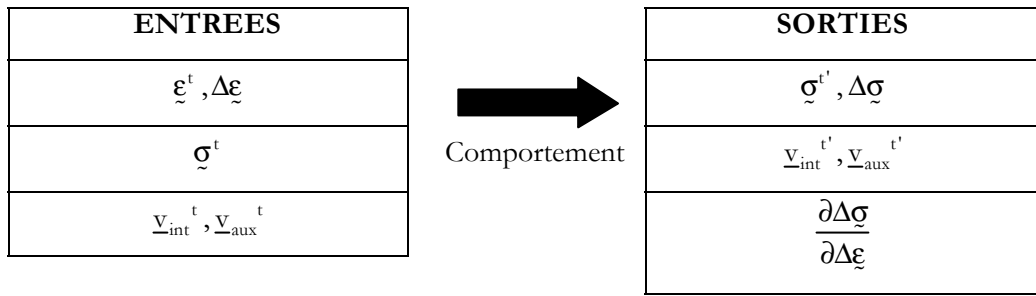


Figure 6. 1 – Entrées et sorties du bloc d'intégration de la loi de comportement

### 3 Implémentation de deux schémas d'intégration

#### 3.1 Variables à intégrer et variables auxiliaires

Dans le cadre de Z-Front, l'utilisateur doit définir les variables à intégrer et les variables auxiliaires du modèle. Notamment dans le Tableau 6. 1, nous reprenons l'ensemble des variables d'état introduites (chapitre 3 paragraphe § 3.2.1) et les classons en variables à intégrer et variables auxiliaires.

Variables à intégrer	Variables auxiliaires
$\underline{\varepsilon}^{end}$	$\underline{\varepsilon}^{vp}$
$\underline{\varepsilon}^{ve}$	$m_f$
$p$	$r_f$
$\alpha_f$	$\alpha_{rfc}$
$\underline{\alpha}$	$m_{rfc}$
	$r_{rfc}$
	$\alpha_{rft}$
	$m_{rft}$
	$r_{rft}$

Tableau 6. 1 – Classement des variables internes du modèle de comportement en variables à intégrer et variables auxiliaires

Notons que nous avons introduit la variable  $p$  telle que  $\dot{p} = \left( \frac{f}{K} \right)^n$  pour l'intégration du comportement viscoplastique.  $\underline{\varepsilon}^{vp}$  est définie comme variable auxiliaire et s'écrit :  $\underline{\varepsilon}^{vp} = \dot{p} \frac{M.(\underline{\sigma} - \underline{X})}{J}$  (Equation 5.59).



Nous définissons également pour l'implémentation du modèle trois autres variables auxiliaires qui sont :  $A_f$ ,  $A_f^c$ ,  $X$ .

### 3.2 Intégration à l'aide de la méthode explicite de Runge-Kutta

Les cinq équations différentielles associées aux cinq variables à intégrer sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi}^{\text{end}} = \dot{\xi} - \dot{\xi}^{\text{ve}} - \dot{p} \frac{M.(\underline{\sigma} - X)}{J} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \dot{\xi}^{\text{end}} = \dot{\xi} - \dot{\xi}^{\text{ve}} \\ \dot{\xi}^{\text{ve}} = \left( \underline{C}_0^{-1} \times \left( \underline{\gamma} \cdot \underline{\sigma} \right) \right) - \underline{C}_0^{-1} \cdot \left( \left( \underline{\gamma} \times \underline{C}_\infty \right) \cdot \underline{\xi}^{\text{ve}} \right) - \left( \underline{C}_0^{-1} \times \left( \underline{\gamma} \times \underline{C}_\infty \right) \right) \cdot \left( \underline{C}_0^{-1} \cdot \underline{\sigma} \right) \\ \dot{\alpha}_f = \frac{\rho \frac{\partial^2 \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f \partial \xi^{\text{end}}} : \dot{\xi}^{\text{end}}}{\rho \frac{\partial^2 \Psi^{\text{end}}}{\partial \alpha_f^2} - \frac{\partial A_f^c}{\partial \alpha_f}} \quad \text{si } A_f^c - A_f \geq 0 \quad \text{sinon } \dot{\alpha}_f = 0 \\ \dot{p} = \left( \frac{f}{K} \right)^n \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \dot{p} = 0 \\ \dot{\alpha} = \dot{\xi}^{\text{vp}} - \dot{p} \underline{D} \cdot \underline{\alpha} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \dot{\alpha} = 0 \end{array} \right. \quad (6.2)$$

Nous présentons sur la Figure 6. 2 un algorithme possible d'implémentation de loi de comportement pour un schéma d'intégration explicite, où les équations différentielles sont résolues de manière séquentielle.

Enfin notons que ce formalisme ne permet pas d'obtenir facilement la matrice tangente du comportement. On prend alors comme approximation  $\underline{L} \approx \underline{C}$ .

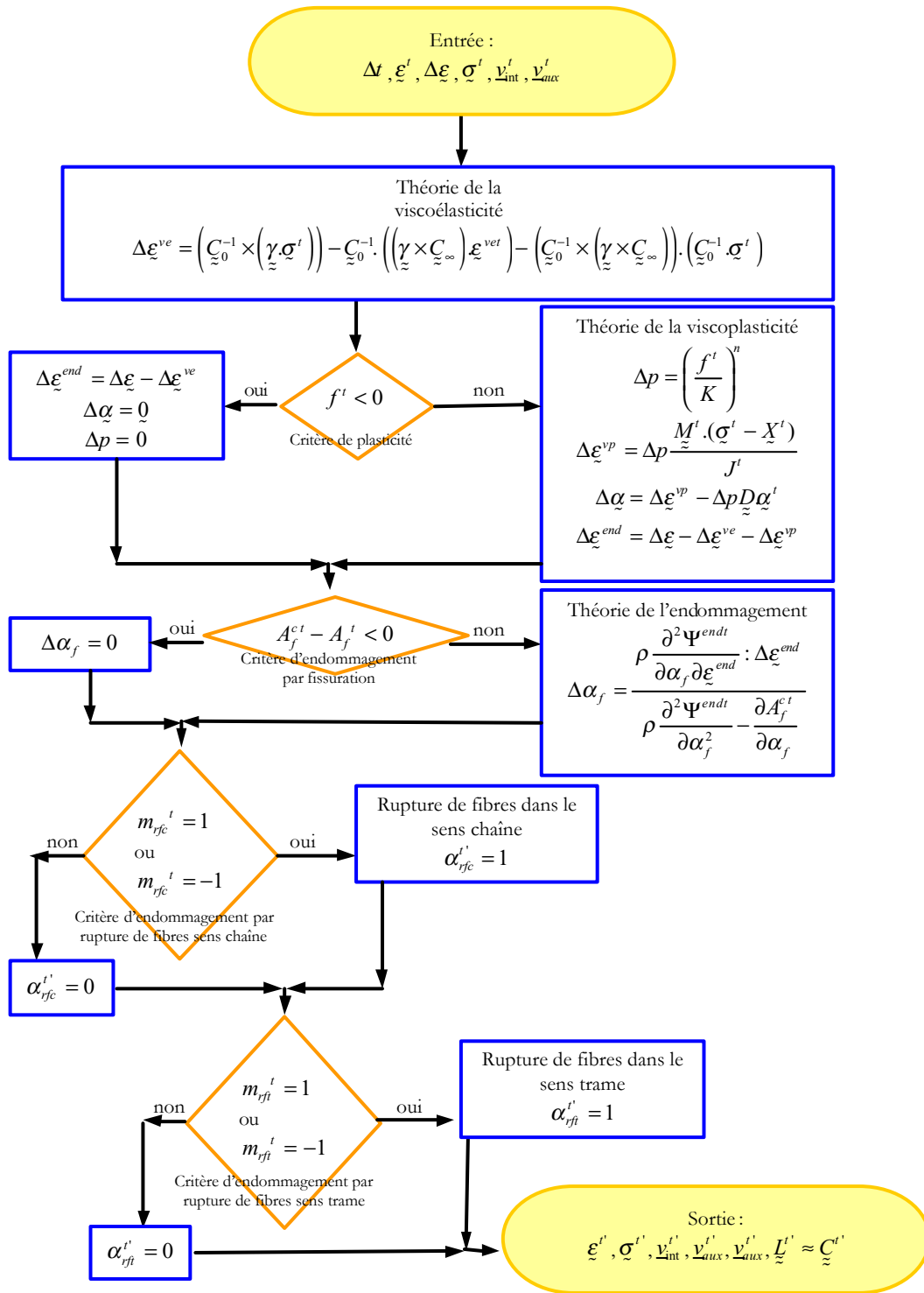


Figure 6.2 – Algorithme d'implémentation de la loi de comportement pour un schéma d'intégration explicite

### 3.3 Intégration à l'aide de la méthode implicite dite 'θ-method'

#### 3.3.1 Expression des résidus

Dans le cadre du schéma d'intégration implicite de la θ-method, il convient d'écrire l'équation 6.1 sous la forme incrémentale suivante :

$$\underline{R} = \Delta \underline{v}_{int}^i - \underline{G}(\underline{v}_{int}^\theta, \underline{v}_{aux}^\theta, \Delta \underline{v}_{int}, CO, \underline{\varepsilon}^\theta, \Delta \underline{\varepsilon}, \Delta t) = 0 \quad (6.3)$$

où on note pour une grandeur  $x$ ,  $x^\theta = x^t + \theta \Delta x$ . Le paramètre  $\theta$  est compris entre 0 et 1 et permet ainsi de passer de façon continue d'une intégration explicite du type d'Euler à une intégration totalement implicite. On cherche alors à résoudre cette équation par rapport à  $\Delta \underline{v}_{int}$ . Pour cela, ici, on utilise la méthode de Newton-Raphson qui nécessite le calcul du jacobien :

$$\underline{J} = 1 - \frac{\partial \underline{G}}{\partial \Delta \underline{v}_{int}} \quad (6.4)$$

Le modèle compte 5 variables à intégrer. Nous devons donc exprimer 5 résidus :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}_{end} = \Delta \underline{\varepsilon}^{end} + \Delta \underline{\varepsilon}^{ve} + \Delta p \frac{M.(\underline{\sigma}^\theta - \underline{X}^\theta)}{J^\theta} - \Delta \underline{\varepsilon} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_{end} = \underline{R}_{end} = \Delta \underline{\varepsilon}^{end} + \Delta \underline{\varepsilon}^{ve} - \Delta \underline{\varepsilon} \\ \underline{R}_{ve} = \Delta \underline{\varepsilon}^{ve} - \left( \underline{C}_0^{-1} \times \underline{\gamma} \right) \cdot \left( \underline{C}_0 \cdot \underline{\varepsilon}^{end\theta} \right) \Delta t + \left( \underline{C}_0^{-1} \times \left( \underline{\gamma} \times \underline{C}_\infty \right) \right) \cdot \left( \underline{\varepsilon}^{end\theta} + \underline{\varepsilon}^{ve\theta} \right) \Delta t \\ \underline{R}_{\alpha_f} = \underline{A}_f^{c\theta} - \underline{A}_f^\theta \quad \text{si } \underline{A}_f^c - \underline{A}_f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_{\alpha_f} = \Delta \underline{\alpha}_f \\ \underline{R}_p = \Delta p - \left( \frac{f^\theta}{K} \right)^n \Delta t \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_p = \Delta p \\ \underline{R}_\alpha = \Delta \underline{\alpha} - \Delta p \frac{M.(\underline{\sigma}^\theta - \underline{X}^\theta)}{J^\theta} + \Delta p \underline{D} \cdot \underline{\alpha}^\theta \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_\alpha = \Delta \underline{\alpha} \end{array} \right. \quad (6.5)$$

#### 3.3.2 Matrice jacobienne et matrice tangente

On cherche donc à calculer  $\Delta \underline{v}_{int}$  en résolvant l'équation  $\underline{R} = 0$  (Equation 6.3). on utilise un algorithme de Newton-Raphson. Il est alors nécessaire de calculer la matrice jacobienne (Equation 6.4) :

$$\underline{J} = \frac{\partial \underline{R}}{\partial \Delta \underline{v}_{int}} \quad (6.6)$$

Le résidu associé à la déformation élastique endommageable s'écrit sous la forme suivante :

$$\underline{R}_{end} = \Delta \underline{\varepsilon}^{end} + \Delta \underline{\varepsilon}^{ve} + \Delta p \frac{M.(\underline{\sigma}^\theta - \underline{X}^\theta)}{J^\theta} - \Delta \underline{\varepsilon} = \underline{R}_{end}^* - \Delta \underline{\varepsilon} \quad (6.7)$$

Les résidus associés aux autres variables internes notées  $\underline{a}$  sont notés  $\underline{R}_a$ . On doit donc vérifier que  $(\underline{R}_{end}, \underline{R}_a) = 0$ . Le résidu  $\underline{R}$  peut être réécrit :  $\underline{R} = \underline{R}^* - \underline{R}_\varepsilon$  avec  $\underline{R}^* = (\underline{R}_{end}^*, \underline{R}_a)$  et  $\underline{R}_\varepsilon = (\Delta \underline{\varepsilon}, 0)$ . Supposons que l'on ait une variation infinitésimale de  $\Delta \underline{\varepsilon}$  notée  $\delta \Delta \underline{\varepsilon}$ . Cette perturbation entraîne une perturbation infinitésimale des variables d'état  $\delta \Delta \underline{v}_{int} = (\delta \Delta \underline{\varepsilon}^{end}, \delta \underline{a})$  de telle sorte que le résidu reste nul :

$$\delta \underline{R} = 0 = \delta \underline{R}^* - \delta \underline{R}_\varepsilon = \underline{J} \cdot \delta \Delta \underline{v}_{int} - \delta \underline{R}_\varepsilon \quad (6.8)$$

$\underline{R}^*$  ne dépend pas de  $\Delta \underline{\epsilon}$ . La variation des variables d'état est donc obtenue par :

$$\delta \Delta \underline{v}_{int} = \underline{J}^{-1} \cdot \delta \underline{R}_e \quad (6.9)$$

L'inverse de la matrice jacobienne peut s'écrire sous la forme d'une matrice avec différents blocs :

$$\underline{J}^{-1} = \begin{pmatrix} \underline{J}_{endend}^* & \underline{J}_{enda}^* \\ \underline{J}_{aend}^* & \underline{J}_{aa}^* \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

$\underline{J}_{endend}^*$  est en fait un tenseur d'ordre quatre et l'on obtient à partir de l'équation 6.10 :

$$\delta \Delta \underline{\epsilon}^{end} = \underline{J}_{endend}^* \cdot \delta \Delta \underline{\epsilon} \quad (6.11)$$

On peut également définir  $\underline{J}_{\alpha_f end}^*$ , tenseur d'ordre 2 tel que :  $\delta \Delta \alpha_f = \underline{J}_{\alpha_f end}^* : \delta \Delta \underline{\epsilon}$ .

Le développement complet de la matrice jacobienne est proposé dans l'annexe 2.

On peut estimer la matrice tangente de la loi de comportement  $\underline{L}_{\underline{\epsilon}} = \frac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}}$ . En effet, on a la relation

suivante  $\underline{\sigma} = \underline{C} \cdot \underline{\epsilon}^{end}$ . En ne tenant compte que de la dépendance de  $\underline{C}$  par rapport à  $\alpha_f$ , qui est la seule variable d'endommagement à intégrer, on peut écrire :

$$\delta \Delta \underline{\sigma} \approx \left( \underline{C} \times \underline{J}_{endend}^* \right) \cdot \delta \Delta \underline{\epsilon} + \left( \frac{\partial \underline{C}}{\partial \alpha_f} \left( \underline{J}_{\alpha_f end}^* : \delta \Delta \underline{\epsilon} \right) \right) \underline{\epsilon}^{end}(t') \quad (6.12)$$

d'où

$$\underline{L}_{\underline{\epsilon}} \approx \left( \underline{C} \times \underline{J}_{endend}^* \right) + \frac{\partial \underline{C}}{\partial \alpha_f} \times \left( \underline{\epsilon}^{end}(t') \wedge \underline{J}_{\alpha_f end}^* \right) \quad (6.13)$$

Nous présentons sur la Figure 6. 3, un algorithme possible d'implémentation de la loi de comportement pour un schéma d'intégration implicite, l'intégration se faisant grâce à un schéma de Newton-Raphson.

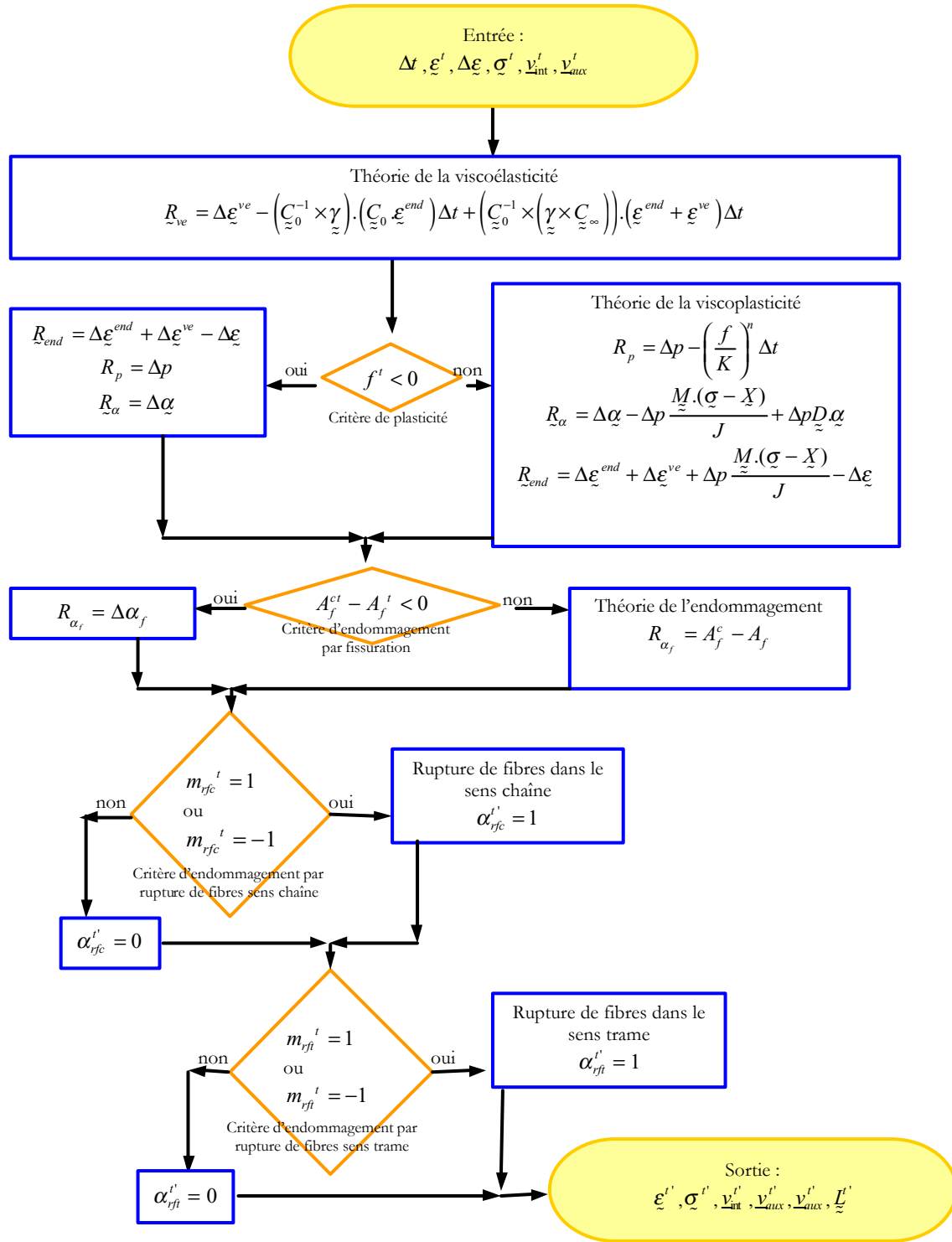


Figure 6. 3 – Algorithme d'implémentation de la loi de comportement pour un schéma d'intégration implicite

### 3.4 Simplification des schémas d'intégration dans le cadre de la modélisation du PP-FVC

Nous avons vu au chapitre 5 § 4 que la loi de comportement pouvait être simplifiée dans le cadre de la modélisation du comportement du PP-FVC. Les variables internes de ce modèle simplifié sont classées en variables à intégrer et auxiliaires dans ce cadre sont présentées dans le Tableau 6. 2.  $\underline{\underline{X}}$  est introduite comme variable auxiliaire supplémentaire pour l'implémentation du modèle.

Variables à intégrer	Variables auxiliaires
$\underline{\underline{\epsilon}}^e$	$\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}$
$\underline{\underline{\epsilon}}^{ve}$	
$p$	
$\underline{\underline{\alpha}}$	

**Tableau 6. 2** – Variables internes pour la modélisation du PP-FVC  
classées en variables à intégrer et variables auxiliaires

#### 3.4.1 Schéma explicite

Pour la modélisation du PP-FVC, les quatre équations différentielles à intégrer sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^e = \dot{\underline{\underline{\epsilon}}} - \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{ve} - \dot{p} \frac{M.(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{J} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^e = \dot{\underline{\underline{\epsilon}}} - \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{ve} \\ \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{ve} = \left( \underline{\underline{C}}_0^{-1} \times \left( \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \right) \right) - \underline{\underline{C}}_0^{-1} \cdot \left( \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \cdot \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} \right) - \left( \underline{\underline{C}}_0^{-1} \times \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \right) \cdot \left( \underline{\underline{C}}_0^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \right) \\ \dot{p} = \left( \frac{f}{K} \right)^n \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \dot{p} = 0 \\ \dot{\underline{\underline{\alpha}}} = \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{vp} - \dot{p} \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\alpha}} \quad \text{sinon } \dot{\underline{\underline{\alpha}}} = 0 \end{array} \right. \quad (6.14)$$

#### 3.4.2 Schéma implicite

Pour la modélisation du PP-FVC, les résidus s'écrivent sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_e = \Delta \underline{\underline{\epsilon}}^e + \Delta \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} + \Delta p \frac{M.(\underline{\underline{\sigma}}^\theta - \underline{\underline{X}}^\theta)}{J^\theta} - \Delta \underline{\underline{\epsilon}} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } R_e = \Delta \underline{\underline{\epsilon}}^e + \Delta \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} - \Delta \underline{\underline{\epsilon}} \\ R_{ve} = \Delta \underline{\underline{\epsilon}}^{ve} - \left( \underline{\underline{C}}_0^{-1} \times \underline{\underline{\gamma}} \right) \cdot \left( \underline{\underline{C}}_0 \cdot \underline{\underline{\epsilon}}^{e\theta} \right) \Delta t + \left( \underline{\underline{C}}_0^{-1} \times \left( \underline{\underline{\gamma}} \times \underline{\underline{C}}_\infty \right) \right) \cdot \left( \underline{\underline{\epsilon}}^{e\theta} + \underline{\underline{\epsilon}}^{ve\theta} \right) \Delta t \\ R_p = \Delta p - \left( \frac{f^\theta}{K} \right)^n \Delta t \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } R_p = \Delta p \\ R_\alpha = \Delta \underline{\underline{\alpha}} - \Delta p \frac{M.(\underline{\underline{\sigma}}^\theta - \underline{\underline{X}}^\theta)}{J^\theta} + \Delta p \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\alpha}} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } R_\alpha = \Delta \underline{\underline{\alpha}} \end{array} \right. \quad (6.15)$$

et la matrice tangente vaut :  $\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{C}}_0 \times \underline{\underline{J}}_{\text{endend}}^*$

## 4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre deux schémas, explicite et implicite, pour l'intégration de la loi de comportement décrite au chapitre 5. Ces deux schémas ont ensuite été implémentés à l'aide du pré-processeur Z-Front dans le code de calcul ZéBuLoN. Afin de modéliser les comportements du TWINTeX et du PP-FVC, il est nécessaire d'identifier les coefficients de la loi de comportement à partir des essais de caractérisation. C'est l'objet du chapitre 7.

# CHAPITRE 7

## IDENTIFICATION DU MODELE DE COMPORTEMENT

### 1 Introduction

La modélisation du comportement du TWINTEX et du PP-FVC passe par l'identification des différents coefficients de la loi de comportement décrite au chapitre 5. Celle-ci se fait par comparaison des courbes expérimentales et simulées, dans le code de calcul ZéBuLoN où la loi a été implémentée.

### 2 Identification du comportement du TWINTEX

#### 2.1 Particularités du comportement du TWINTEX

La modélisation du comportement du TWINTEX prend en compte l'ensemble des phénomènes dissipatifs suivants (chapitre 5 § 3) : endommagement par fissuration, endommagement par rupture de fibres, viscoélasticité et viscoplasticité. Toutefois, la viscoplasticité ne porte que sur le comportement en cisaillement. L'identification de ce phénomène se fait donc uniquement à partir des essais sur éprouvettes G et de sorte à ce qu'aucune déformation viscoplastique n'apparaisse dans les directions de la chaîne et de la trame. Enfin, le comportement longitudinal des éprouvettes de type C n'a révélé aucune déformation viscoélastique. Certains paramètres nécessaires à la modélisation du comportement viscoélastique sont donc nuls.

Enfin, bien que le modèle ait été implémenté en trois dimensions, nous nous intéressons au comportement plan du matériau. L'ensemble des paramètres à identifier pour l'écriture de la loi de comportement du TWINTEX sont listés dans le Tableau 7. 1.



Paramètres	Nombre de coefficients dans le cas de l'orthotropie plane	Nature mathématique	Essais utilisés pour l'identification
$\underline{\underline{C}}_0$	4	Tenseur d'ordre 4	$\underline{\underline{C}}_0$ est la matrice d'élasticité immédiate. L'identification se fait à partir des essais de traction les plus rapides lorsqu'il y a saturation des modules apparents.
$\underline{\underline{C}}_f^N$	1 Seul le coefficient $B_{f2}$ est non nul.	Tenseur d'ordre 4	Le tenseur $\underline{\underline{C}}_f^N$ quantifie la perte de raideur due à la composante $V_{Nf}$ de l'endommagement, lorsque les fissures sont ouvertes mais non en cisaillement. On l'identifie à l'aide des essais de charge-décharge sur éprouvettes de type T.
$\underline{\underline{C}}_f^T$	1 Seul le coefficient $C_{f4}$ est non nul.	Tenseur d'ordre 4	Le tenseur $\underline{\underline{C}}_f^T$ quantifie la perte de raideur due à la composante $V_{Tf}$ de l'endommagement, lorsque les fissures sont soumises à un cisaillement mais non ouvertes. On l'identifie à l'aide des essais de charge-décharge sur éprouvettes de type G.
$\underline{\underline{C}}_{rfe}^N$	1 Seul le coefficient $B_{rfe1}$ est non nul.	Tenseur d'ordre 4	$B_{rfe1}$ , explicité au chapitre 5 § 3.3.2, est calculé de manière à ce que lorsque $\alpha_{rfe} = 1$ , la rigidité du matériau dans la direction de la chaîne chute de 50%.
$\underline{\underline{C}}_{rft}^N$	1 Seul le coefficient $B_{rft2}$ est non nul.	Tenseur d'ordre 4	$B_{rft2}$ , explicité au chapitre 5 § 3.3.2, est calculé de manière à ce que lorsque $\alpha_{rft} = 1$ , la rigidité du matériau dans la direction de la trame chute de 50%.
$\underline{\underline{C}}_\infty$	3 $\underline{\underline{C}}_{\infty 11}$ est nul.	Tenseur d'ordre 4	$\underline{\underline{C}}_\infty$ est la matrice d'élasticité infinie. L'identification se fait à partir des essais de charge-décharge en traction sur éprouvettes T et G pour des contraintes en deçà du domaine de plasticité. $\underline{\underline{C}}_\infty$ correspondrait à la matrice d'élasticité apparente d'un essai infiniment lent.
$\underline{\underline{\gamma}}$	3 $\underline{\underline{\gamma}}_{11}$ est nul.	Tenseur d'ordre 4	$\underline{\underline{\gamma}}$ est la matrice de relaxation. L'identification se fait à partir des essais de charge-décharge en traction sur éprouvettes T et G en deçà du seuil de plasticité. $\underline{\underline{\gamma}}$ influe sur le temps de recouvrance.

$\underline{\underline{C}}_{\text{ecr}}, \underline{\underline{D}}$	2 Seuls $C_{\text{ecr } 66}$ et $D_{66}$ sont non nuls.	Tenseurs d'ordre 4	$\underline{\underline{C}}_{\text{ecr}}$ et $\underline{\underline{D}}$ caractérisent l'écrouissage cinématique. Ici le phénomène viscoplastique n'a été mis en évidence qu'en cisaillement. On les identifie donc grâce aux essais de charge-décharge sur éprouvettes de type G au-delà du seuil de plasticité et également à l'aide des essais de traction sur éprouvettes de type G.
$\underline{\underline{M}}, R_0$	1 Pour $\underline{\underline{M}}$ , seul $M_{66}$ est non nul et pris égal à 1.	Tenseur d'ordre 4, scalaire	$\underline{\underline{M}}$ et $R_0$ caractérisent le seuil de plasticité. Ici le phénomène viscoplastique n'a été mis en évidence qu'en cisaillement. Seul $M_{66}$ est non nul. On le prendra égal à 1. Le critère de plasticité devient alors : $\sqrt{(\sigma_6 - X_6)^2} - R_0 = 0$ . On évalue $R_0$ à l'aide des essais de charge-décharge au-delà du seuil de plasticité et également à l'aide des essais de traction, sur éprouvettes de type G.
$n, K$	2	scalaires	$n$ et $K$ caractérisent le potentiel d'écoulement de Norton qui traduit l'évolution du seuil de plasticité avec la vitesse de déformation. On identifie ces coefficients à partir des essais de traction à différentes vitesses sur éprouvettes de type G. $n$ et $K$ permettent en effet de rendre compte du retard de la plasticité avec l'augmentation de la vitesse de déformation.
$a_f, b_f, c_f$	3	scalaires	$a_f, b_f, c_f$ sont les coefficients de la fonction seuil d'endommagement $A_f^c$ . C'est l'étude des changements de pente lors des essais de charge-décharge qui permet d'identifier cette fonction. Elle induit la forme de la courbe de traction du matériau endommagé.
$\epsilon_1^{\text{RTrac}}, \epsilon_1^{\text{RComp}}, \epsilon_2^{\text{RTrac}}, \epsilon_2^{\text{RComp}}, \epsilon_6^{\text{RCis}}$	5	scalaires	Ces valeurs correspondent aux déformations à rupture du matériau. Le critère de rupture ne dépendant pas de la vitesse, il conviendra de choisir les valeurs appropriées en fonction de la gamme de vitesse dans laquelle on travaille. Toutefois, on peut prendre des valeurs moyennes pour l'ensemble de la gamme de vitesses étudiée.

**Tableau 7. 1** – Paramètres à identifier pour l'écriture de la loi de comportement du TWINTEX

## 2.2 Résultats de l'identification

Nous donnons, dans le *Tableau 7. 2*, les valeurs numériques des coefficients de la loi de comportement du TWINTEX après identification. Les valeurs à rupture du matériau sont les valeurs moyennes enregistrées sur l'ensemble des essais de traction et de compression à différentes vitesses de sollicitation.

PLATIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR n'a pas souhaité que ces valeurs figurent dans la version publique de cette thèse.

Paramètres	Valeurs numériques
$\underline{\underline{C}}_0$ (MPa)	$\begin{pmatrix} a & c & 0 \\ c & b & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_f^N$ (MPa)	$\begin{pmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_f^T$ (MPa)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_{rfe}^N$ (MPa)	$\begin{pmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_{rft}^N$ (MPa)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_\infty$ (MPa)	$\begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ i & j & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{\gamma}}$ (s <sup>-1</sup> )	$\begin{pmatrix} 0 & l & 0 \\ l & m & 0 \\ 0 & 0 & n \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_{ecc}$ (MPa)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{D}}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{M}}$ (sans unité)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$R_0$ (MPa)	$r$
$n$ (sans unité)	$s$
$K$ (MPa)	$t$
$b_f$ (MPa)	$a_f = u$
$a_f, c_f$ (sans unité)	$b_f = v$
	$c_f = w$
$\epsilon_1^{RTrac}, \epsilon_1^{RComp}, \epsilon_2^{RTrac}$	$\epsilon_1^{RTrac} = x, \epsilon_1^{RComp} = y, \epsilon_2^{RTrac} = z$
$\epsilon_2^{RComp}, \epsilon_6^{RCis}$ (sans unité)	$\epsilon_2^{RComp} = aa, \epsilon_6^{RCis} = ab$

**Tableau 7.2** – Valeurs numériques des coefficients de la loi de comportement du TWINTeX

### 2.3 Commentaires

Nous proposons dans ce paragraphe de commenter l'identification réalisée afin de souligner les qualités et les défauts du modèle. Rappelons toutefois que l'étape d'identification, qui vise à trouver les meilleurs coefficients possibles afin de minimiser l'écart entre les courbes expérimentales et les courbes simulées, nécessite de faire un compromis entre la qualité des résultats, le temps passé pour la recherche des coefficients et les dispersions expérimentales.

#### Essais de charge-décharge

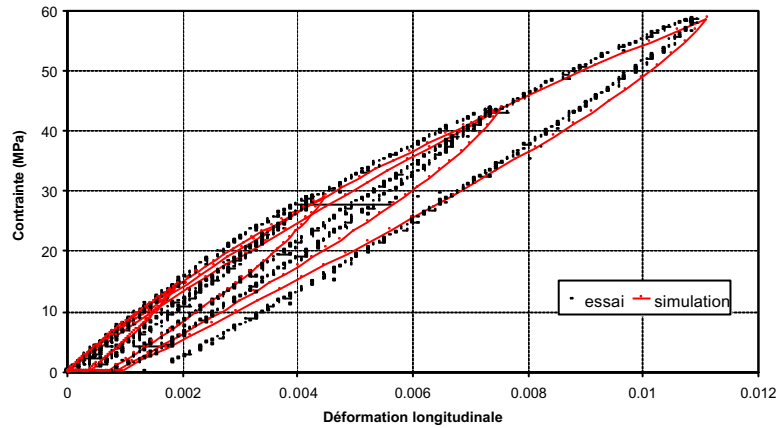
Les résultats de l'identification sur les essais de charge-décharge sur éprouvettes de type T (Figure 7. 6) et de type G (Figure 7. 7) sont globalement satisfaisants.

Toutefois, le comportement longitudinal lors d'essais sur éprouvettes de type T dans le sens trame, n'est pas parfaitement identifié. La forme de la courbe simulée en fin de décharge n'est pas tout à fait similaire à celle observée sur la courbe expérimentale. De plus, pour le comportement en cisaillement, les déformations irréversibles sont surévaluées.

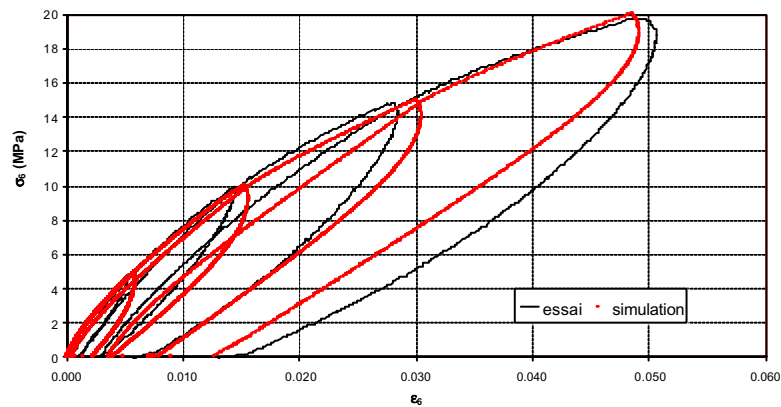
En fait, nous savons que pour de nombreux polymères, la décharge viscoélastique après traction se fait avec un effet visqueux qui est différent de celui mis en évidence en traction. Pour les matériaux composites, bien que les fibres bloquent largement les déformations viscoélastiques sur des temps très longs et qu'il soit moins visible, ce phénomène est toujours présent et ne doit pas être confondu avec un indicateur d'endommagement [Rémond 2003 ].

Les modèles viscoélastiques et viscoplastiques que nous avons choisis ne tiennent pas compte des différences de mécanismes microscopiques macromoléculaires en charge et en décharge, comme l'ensemble des nombreux modèles phénoménologiques reconnus et employés pour traduire le comportement visqueux des matériaux [Vedrine 2003]. Cependant, l'endommagement comme les effets visqueux est à l'origine de changements de pente en décharge. Il est difficile d'identifier dans quelle proportion chaque phénomène intervient dans ce changement de pente. Lors de l'identification, qui se fait par optimisation de l'ensemble des coefficients de façon à rendre au mieux les essais de charge-décharge, une partie du changement de pente en décharge dû aux effets visqueux peut être prise en compte par le modèle d'endommagement. Nous mettrons en évidence, lors de l'identification du comportement du PP-FVC, matériau pour lequel aucun endommagement n'est pris en compte, les difficultés rencontrées pour trouver de bons coefficients, afin de rendre correctement les décharges uniquement avec les modèles viscoélastiques et viscoplastiques choisis (§ 3.3).

Afin d'identifier au mieux, la part de l'endommagement et des effets visqueux dans le changement de pente en décharge, il est possible, par observation microscopiques, d'évaluer l'évolution de la densité de fissures en fonction du niveau de charge. Toutefois, cette démarche est longue et aurait été difficile à réaliser sur le matériau TWINTEX qui présente déjà des défauts à l'état neuf. Nous sommes donc restés ici dans le cadre d'une approche globale.



**Figure 7. 1** - Essai de charge-décharge en traction à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  avec paliers de 15 MPa sur une éprouvette T de TWINTEx : résultats de l'identification sur le comportement longitudinal



**Figure 7. 2** - Essai de charge-décharge en traction à  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  avec paliers de 10 MPa sur une éprouvette G de TWINTEx : résultats de l'identification sur le comportement en cisaillement

#### Essais de traction à différentes vitesses de déformation

Dans la direction de la chaîne, le comportement est élastique linéaire. C'est la rupture de fibres qui conduit à la ruine du matériau. Les résultats de l'identification sont très satisfaisants (Figure 7. 3). Toutefois, la rupture de l'éprouvette aura lieu en traction pour  $\epsilon_{11} = 2.5\%$ , et ce, quelle que soit la vitesse de sollicitation. Aucun effet de la vitesse sur la rupture n'est pris en compte.

Pour les éprouvettes de type T (Figure 7. 4), l'identification du comportement longitudinal à différentes vitesses de sollicitation, est satisfaisante. Nous avons mis en évidence expérimentalement pour ce type d'éprouvette, une saturation des phénomènes visqueux lorsque la vitesse de sollicitation augmente : pour une vitesse de sollicitation supérieure à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ , aux dispersions expérimentales près, on n'observe plus d'effets visqueux (chapitre 4 §4.2.2). Cette caractéristique est bien rendue par le modèle. Ainsi lors d'un essai sur éprouvette de type T, lorsque la déformation totale  $\epsilon_{22}$  atteint 2.5%, la part viscoélastique  $\epsilon_{22}^{ve}$  est de :

- 24 % pour un essai quasi-statique à vitesse de charge de  $1 \text{ MPa.s}^{-1}$  ;
- 0.28 % pour un essai dynamique à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  ;

- 0.028 % pour un essai dynamique à  $1 \text{ s}^{-1}$ .

La déformation viscoélastique  $\epsilon_{22}^{ve}$  devient donc négligeable lorsque la vitesse de sollicitation augmente. La non-linéarité du comportement est alors uniquement rendue par la modélisation de l'endommagement par fissuration intralaminare. La ruine du matériau est rendue par la modélisation de la rupture de fibres. Comme pour la rupture dans le sens chaîne, les effets de la vitesse sur la rupture ne sont pas pris en compte. La rupture d'une éprouvette T en traction aura lieu pour  $\epsilon_{22} = 3\%$ , et ce, quelle que soit la vitesse de sollicitation. Il s'agit d'une valeur moyenne. Concernant le comportement transverse des éprouvettes T en traction, il a été identifié suivant la moyenne de l'ensemble des résultats des essais de traction. En effet, nous avons signalé aux chapitres 3 et 4, des dispersions expérimentales importantes sur la mesure de la déformation transverse lors d'essais sur éprouvettes T de TWINTEx.

Pour les éprouvettes de type G, les résultats de l'identification du comportement en cisaillement sont bons (Figure 7. 5). Le modèle rend bien compte de la saturation des phénomènes viscoélastiques et du retard des phénomènes viscoplastiques lorsque la vitesse de sollicitation augmente.

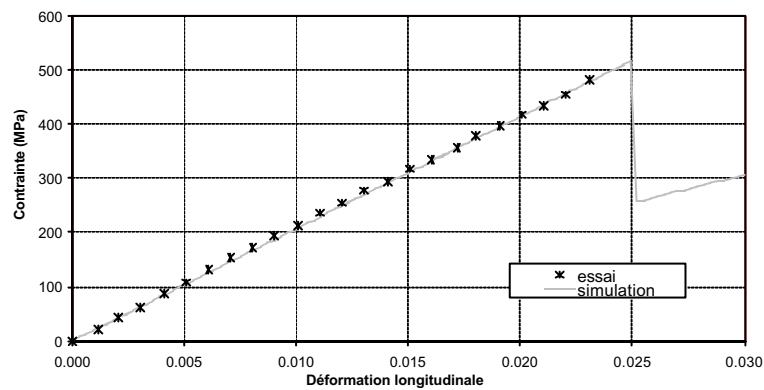


Figure 7. 3 - Essai de traction à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  sur éprouvette C de TWINTEx :  
résultat de l'identification du comportement longitudinal.

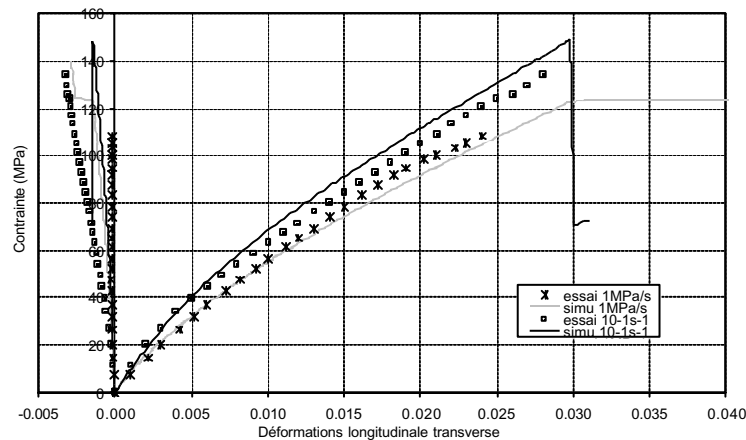
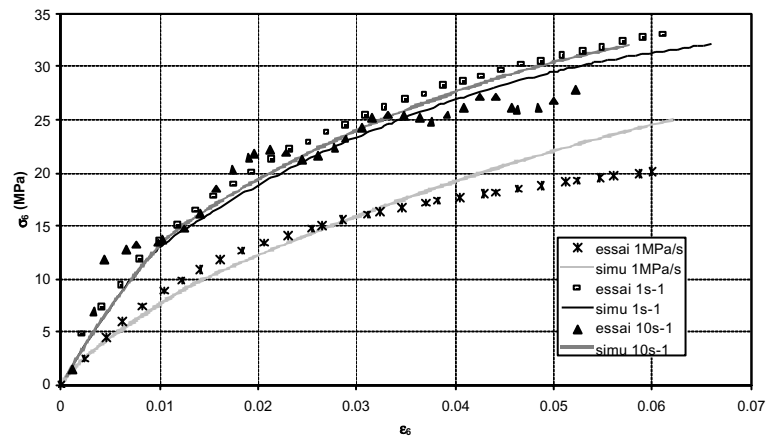


Figure 7. 4 - Essais de traction à différentes vitesse de charge et de déformation sur éprouvettes T de TWINTEx :  
résultats de l'identification des comportements longitudinal et transverse



**Figure 7.5** - Essais de traction à différentes vitesses de charge et de déformation sur éprouvette G de TWINTEx :  
résultats de l'identification

### 3 Identification du comportement du PP-FVC

#### 3.1 Particularités du comportement du PP-FVC

Nous rappelons que la modélisation du comportement du PP-FVC ne prend en compte que les phénomènes dissipatifs viscoélastiques et viscoplastiques. Ces phénomènes ont été observés lors de sollicitations sur les trois types d'éprouvettes testées : à 0°, 90° et 45° de la direction d'écoulement.

Paramètres	Nombre de coefficients dans le cas de l'orthotropie plane	Nature mathématique	Essais utilisés pour l'identification
$\underline{\underline{C}}_0$	4	Tenseur d'ordre 4	$\underline{\underline{C}}_0$ est la matrice d'élasticité immédiate. Nous l'évaluons à partir des essais de traction les plus rapides lorsqu'il y a saturation des modules apparents.
$\underline{\underline{C}}_\infty$	4	Tenseur d'ordre 4	$\underline{\underline{C}}_\infty$ est la matrice d'élasticité infinie. L'identification se fait à partir des essais de charge-décharge en traction pour des contraintes en deçà du domaine de plasticité. $\underline{\underline{C}}_\infty$ correspondrait à la matrice d'élasticité apparente d'un essai infiniment lent.
$\underline{\underline{\gamma}}$	4	Tenseur d'ordre 4	$\underline{\underline{\gamma}}$ est la matrice de relaxation. L'identification se fait également à partir des essais de charge-décharge en traction en deçà du seuil de plasticité. $\underline{\underline{\gamma}}$ influe sur le temps de recouvrance.
$\underline{\underline{C}}_{\text{ecr}}, \underline{\underline{D}}$	8	Tenseurs d'ordre 4	$\underline{\underline{C}}_{\text{ecr}}$ et $\underline{\underline{D}}$ caractérisent l'écrouissage cinématique. On identifie ces coefficients à partir des essais de charge-décharge et des essais de traction au delà du seuil de plasticité.
$\underline{\underline{M}}, R_0$	5	Tenseur d'ordre 4, scalaire	$\underline{\underline{M}}$ et $R_0$ caractérisent le seuil de plasticité. On l'identifie à partir des essais de traction à différentes vitesses et également des essais de charge-décharge en étudiant le seuil à partir duquel on a des déformations irréversibles. $\underline{\underline{M}}$ reflète l'anisotropie du matériau : La limite élastique n'est en effet pas la même suivant la direction de sollicitation.
$n, K$	2	scalaires	$n$ et $K$ caractérisent le potentiel d'écoulement de Norton qui traduit l'évolution du seuil de plasticité avec la vitesse de déformation. On identifie ces coefficients à partir des essais de traction à différentes vitesses. $n$ et $K$ permettent en effet de rendre compte du retard de la plasticité avec l'augmentation de la vitesse de déformation.

**Tableau 7. 3** – Paramètres à identifier pour l'écriture de la loi de comportement du PP-FVC



L'écriture de la loi de comportement du PP-FVC passe par l'identification de l'ensemble des paramètres du modèle qui sont listés dans le Tableau 7. 3. Comme pour le TWINTEX, nous nous intéressons au comportement plan du matériau.

### 3.2 Résultats de l'identification

Nous donnons, dans le *Tableau 7. 4*, les valeurs numériques des paramètres de la loi de comportement du PP-FVC obtenus après identification. PLATIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR n'a pas souhaité que ces valeurs figurent dans la version publique de cette thèse.

Paramètres	Valeurs numériques
$\underline{\underline{C}}_0$ (MPa)	$\begin{pmatrix} a & c & 0 \\ c & b & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_\infty$ (MPa)	$\begin{pmatrix} e & g & 0 \\ g & f & 0 \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{\gamma}}$ (s <sup>-1</sup> )	$\begin{pmatrix} i & 0 & 0 \\ 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{C}}_{ecc}$ (MPa)	$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{D}}$	$\begin{pmatrix} q & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix}$
$\underline{\underline{M}}$ (sans unité)	$\begin{pmatrix} t & w & 0 \\ w & u & 0 \\ 0 & 0 & v \end{pmatrix}$
$R_0$ (MPa)	x
n (sans unité)	y
K (MPa)	z

**Tableau 7. 4** – Valeurs numériques des coefficients  
de la loi de comportement du PP-FVC

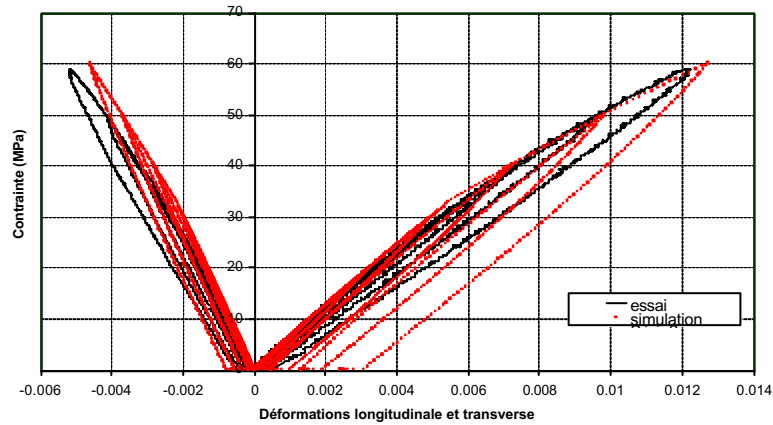
### 3.3 Commentaires

#### Essais de charge-décharge

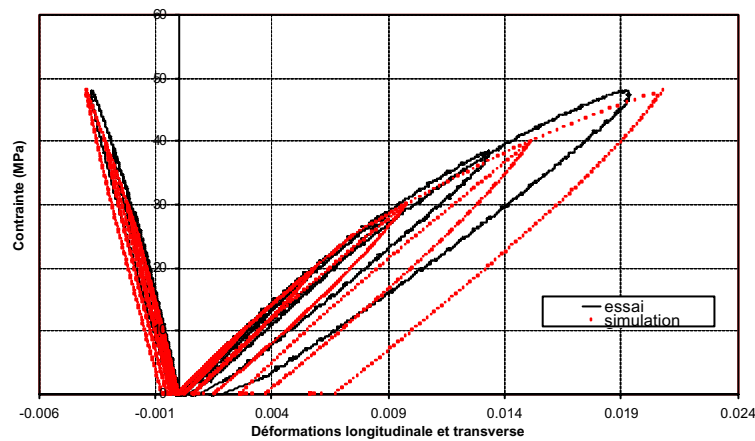
Les résultats de l'identification des comportements longitudinaux et transversaux en charge lors d'essais sur éprouvettes découpées à 0° (Figure 7. 6), à 90° (Figure 7. 7) et à 45° (Figure 7. 8) sont satisfaisants. En revanche, les résultats en décharge sont moins satisfaisants.

Lors de la présentation des résultats de l'identification des essais de charge-décharge sur éprouvettes de TWINTEX, nous avons expliqué que la modélisation du comportement viscoélastique choisie ne tient pas compte des différences de mécanismes microscopiques macromoléculaires en charge et en décharge. Pour

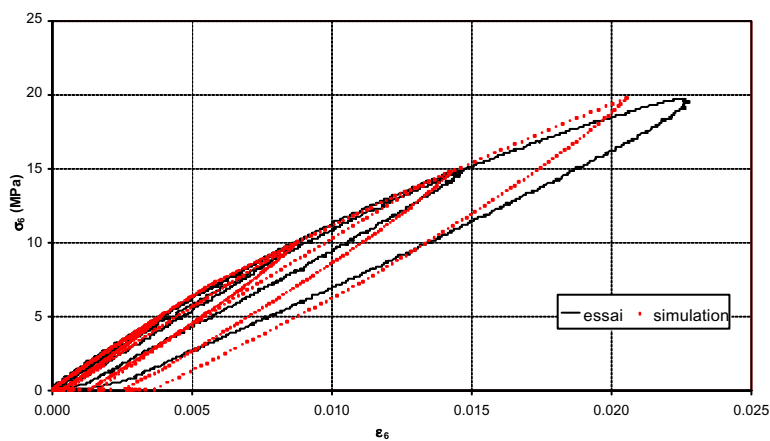
pallier ce défaut, il aurait été possible de compléter notre modèle par l'ajout d'un pseudo-potentiel complémentaire de dissipation spécifique à la restauration afin de rendre compte correctement des décharges. Cependant, nous avons souhaité conserver une modélisation simple, le modèle ayant essentiellement vocation à être utilisé pour la modélisation de cas de charge de type choc.



**Figure 7. 6** - Essai de charge-décharge en traction à 1MPa/s avec paliers de 10 MPa sur une éprouvette de PP-FVC découpée à 0° : résultats de l'identification



**Figure 7. 7** - Essai de charge-décharge en traction à 1MPa/s avec paliers de 10 MPa sur une éprouvette de PP-FVC découpée à 90° : résultats de l'identification



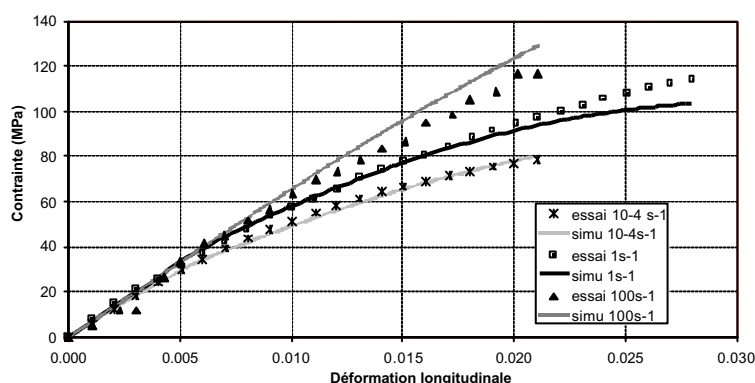
**Figure 7. 8** - Essai de charge-décharge en traction à 1MPa/s avec paliers de 10 MPa sur une éprouvette de PP-FVC découpée à 45° : résultats de l'identification

### Essais de traction à différentes vitesses de déformation

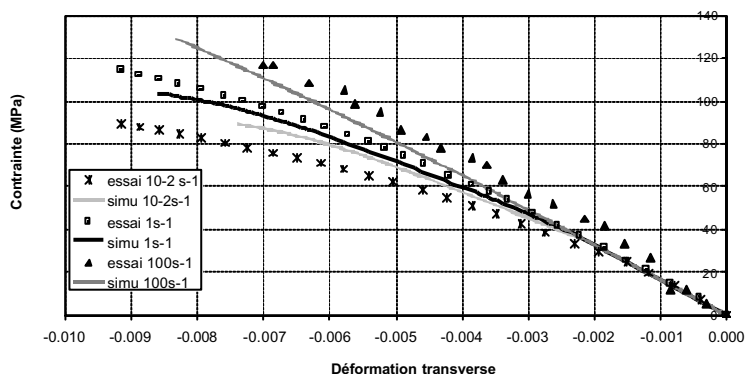
Les comportements longitudinaux des éprouvettes découpées à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ , sollicitées en traction, sont bien identifiés sur toute la gamme de vitesse étudiée (Figure 7. 9, Figure 7. 11). Notons que pour l'essai à  $100 \text{ s}^{-1}$  sur éprouvette découpée à  $90^\circ$ , la courbe expérimentale présente des oscillations dues à la propagation de l'onde de choc lors de l'essai. L'identification s'est faite à partir du comportement moyen.

Concernant le comportement transverse du matériau, il a été évalué expérimentalement par des essais sur éprouvettes découpées à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  de la direction d'écoulement. Nous disposons donc pour l'identifier de ces deux faisceaux de courbes expérimentales différents. Un compromis est nécessaire pour les rendre au mieux. Ainsi, pour le comportement transverse des éprouvettes découpées à  $0^\circ$  (Figure 7. 10), sollicitées en traction, le faisceau de courbes simulées est plus resserré que le faisceau de courbes expérimentales. Cependant le modèle traduit bien la rigidification du comportement observée expérimentalement. Le comportement transverse des éprouvettes découpées à  $90^\circ$  est bien identifié sur toute la gamme de vitesse en tenant compte du comportement moyen de la courbe expérimentale pour l'essai à  $100 \text{ s}^{-1}$  (Figure 7. 12).

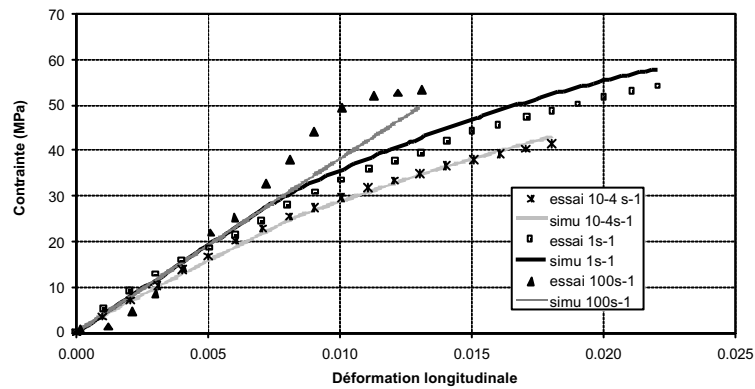
Enfin, les résultats de l'identification du comportement en cisaillement, lors d'essais de traction à différentes vitesses de déformation sur éprouvettes découpées à  $45^\circ$ , est également satisfaisante (Figure 7. 13). Le modèle rend bien compte du retard à la plasticité avec l'augmentation de la vitesse de déformation.



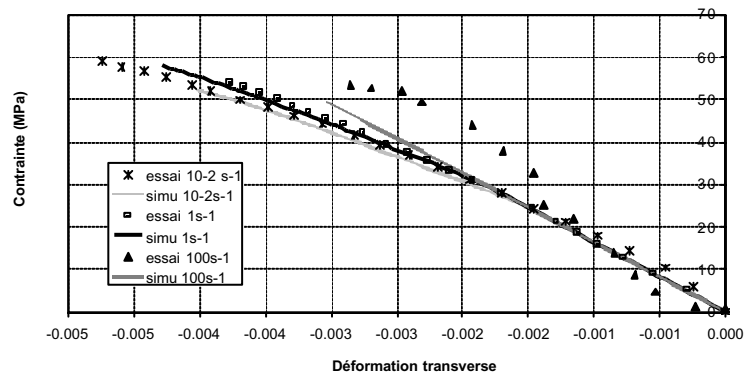
**Figure 7. 9** - Essais de traction à différentes vitesses sur éprouvettes de PP-FVC découpées à  $0^\circ$  : résultats de l'identification du comportement longitudinal



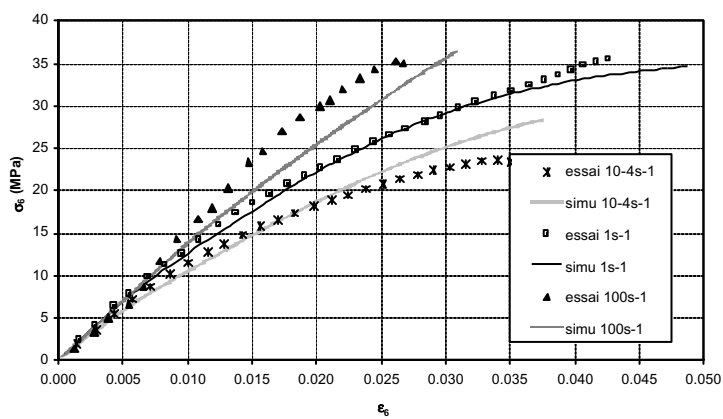
**Figure 7. 10** - Essais de traction à différentes vitesses sur éprouvettes de PP-FVC découpées à  $0^\circ$  : résultats de l'identification du comportement transversal



**Figure 7. 11** - Essais de traction à différentes vitesses sur éprouvettes de PP-FVC découpées à 90° : résultats de l'identification du comportement longitudinal



**Figure 7. 12** - Essais de traction à différentes vitesses sur éprouvettes de PP-FVC découpées à 90° : résultats de l'identification du comportement transversal



**Figure 7. 13** – Essais de traction à différentes vitesses sur éprouvettes de PP-FVC découpées à 45° : résultats de l'identification. Comportement en cisaillement.

## 4 Conclusion

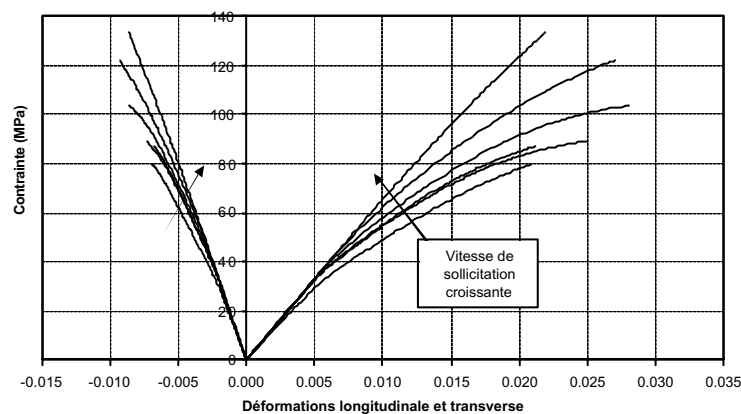
Dans ce chapitre, ont été présentés les résultats de l'identification des paramètres nécessaires à la modélisation des comportements du TWINTEx et du PP-FVC.

Ainsi nous avons mis en évidence que la modélisation des phénomènes viscoélastiques et viscoplastiques choisie ne permet pas de rendre parfaitement compte du comportement de ces matériaux en décharge. Cependant, les résultats de l'identification de leur comportement en charge, à différentes vitesses de sollicitation, sont très satisfaisants :

- le modèle permet de prendre en compte l'anisotropie du comportement des matériaux ;
- il rend compte de la saturation des phénomènes visqueux et du retard à la plasticité lorsque la vitesse de sollicitation augmente (Figure 7. 14).

Pour le matériau TWINTEx, la modélisation de la rupture des fibres dans le sens chaîne et dans le sens trame permet de donner une estimation de la rupture des éprouvettes C et T. Cependant, cette modélisation ne rend pas compte de l'influence de la vitesse de sollicitation sur les contraintes et déformations à rupture.

Pour le matériau PP-FVC, il aurait été intéressant de compléter la modélisation par l'ajout d'un critère de rupture anisotrope évoluant avec la vitesse de sollicitation.



**Figure 7. 14** – Courbes simulées des essais de traction à différentes vitesses de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à  $100 \text{ s}^{-1}$  sur éprouvettes de PP-FVC découpées à  $0^\circ$  : résultats de l'identification

# Partie 4

## Validation

*L'objectif de cette dernière partie est de présenter des essais de validation du modèle afin d'en étudier la pertinence. Dans le premier chapitre, des essais sont réalisés sur structures simples. Le second chapitre est consacré à la présentation de calculs sur pièces industrielles.*



# CHAPITRE 8

## VALIDATION SUR STRUCTURES SIMPLES

### 1 Introduction

Afin d'analyser la pertinence du modèle de comportement, différents essais de validation ont été réalisés. Ainsi, des essais sur structures simples ont tout d'abord été mis en oeuvre, l'intérêt étant d'étudier la réponse du modèle lors de la simulation d'essais différents de ceux utilisés pour son identification. Dans ce cadre, des essais de flexion et des essais de choc multiaxial sont présentés dans ce chapitre.

Les simulations de ces essais ont été réalisées dans le code ZéBuLoN. Notons que la méthode de résolution du calcul par éléments finis dans ce code est implicite.

### 2 Simulations d'essais de flexion

#### 2.1 Description de l'essai et des éprouvettes

Les premiers essais de validation réalisés sont des essais de flexion sur éprouvettes de TWINTeX et de PP-FVC dont les dimensions sont identiques à celles des éprouvettes de traction (Chapitre 3 § 2.3).

L'essai de flexion réalisé est qualifié d'essai de « flexion 3 points ». L'éprouvette est posée sur deux appuis. Un déplacement est imposé par un couteau situé au milieu des deux appuis. Le couteau est en contact avec l'éprouvette sur toute la largeur de celle-ci.

En fonction des essais réalisés, la distance entre appuis ainsi que la vitesse de déplacement du couteau varient. Toutefois, nous avons toujours choisi des distances entre appuis suffisamment grandes afin de pouvoir faire l'hypothèse d'un état plan de contrainte.

Au cours de l'essai, nous enregistrons la force induite au niveau du couteau lorsque le déplacement de celui-ci est imposé.

#### 2.2 Mise en données de l'essai de flexion

Les symétries du problème, en terme de géométrie, comportement et sollicitation, permettent de simuler l'essai sur un quart d'éprouvette. Le maillage est réalisé avec des éléments hexaédriques linéaires. La mise en données de l'essai est représentée sur la Figure 8. 1.



Le comportement du couteau est élastique linéaire avec un module d'Young et un coefficient de Poisson pris égaux à ceux de l'acier. De plus, les vitesses de déplacement du couteau sont suffisamment faibles pour que l'on néglige les effets d'inertie.

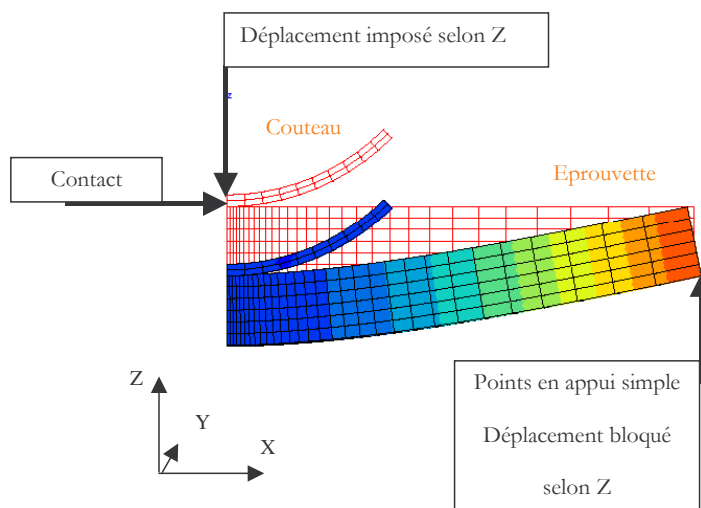


Figure 8. 1- Mise en données de l'essai de flexion

### 2.3 Modélisation d'essais de flexion sur le TWINTEX

Pour le TWINTEX, comme en traction, trois types d'éprouvettes ont été testées : C, T et G. Pour les essais sur éprouvettes C et T, la distance entre appuis est de 110 mm. Elle est de 60 mm pour les essais sur éprouvettes G. La vitesse de déplacement du couteau appartient au domaine intermédiaire :  $0.14 \text{ m.s}^{-1}$ .

Concernant les éprouvettes C et G, nous observons une très bonne corrélation entre résultats expérimentaux et simulations. Toutefois, le modèle ne permet pas de prédire la rupture des éprouvettes. En fin d'essai la simulation surestime l'effort induit au niveau du couteau. En effet, le modèle ne tient pas compte du délaminage, observé en fin d'essai, qui accentue la non-linéarité du comportement.

Pour l'essai sur éprouvette T, la courbe simulée suit la même tendance que la courbe expérimentale mais surestime de 25% environ la force induite. Cette surestimation s'accroît en fin d'essai à cause du délaminage.

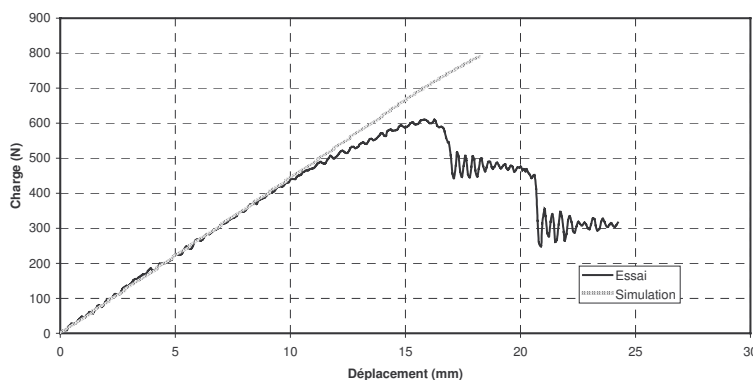


Figure 8. 2- Essai de flexion sur éprouvette C de TWINTEX

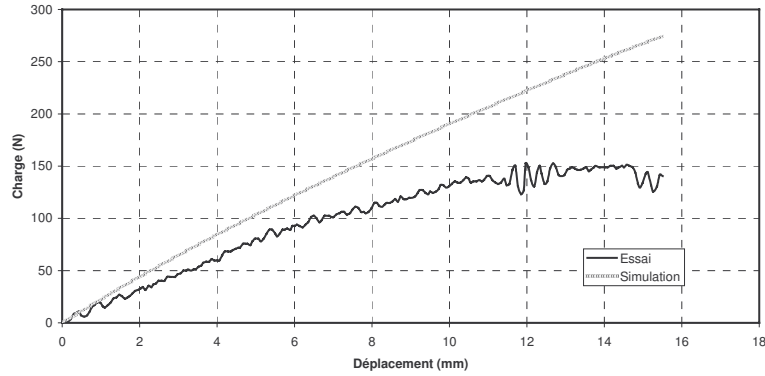


Figure 8. 3 Essai de flexion sur éprouvette T de TWINTEX

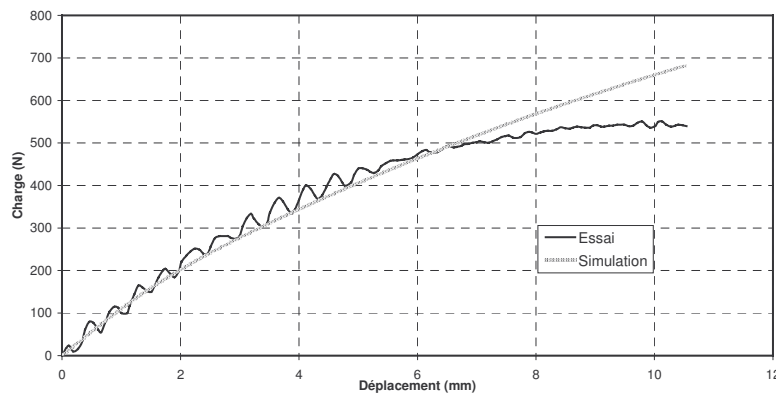


Figure 8. 4 Essai de flexion sur éprouvette G de TWINTEX

## 2.4 Modélisation d'essais de flexion sur le PP-FVC

Pour le PP-FVC, comme en traction, trois types d'éprouvettes ont été testées : à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $45^\circ$  de la direction d'écoulement. La distance entre appuis est de 40 mm. La vitesse de déplacement du couteau appartient au domaine quasi-statique :  $2 \text{ mm.min}^{-1}$ .

Pour les trois types d'éprouvettes (Figure 8. 5, Figure 8. 6, Figure 8. 7), nous observons une bonne corrélation entre les essais et les simulations. Toutefois, on remarque que les courbes simulées sont légèrement au-dessus du faisceau de courbes expérimentales notamment pour les essais sur éprouvettes à  $90^\circ$  et à  $45^\circ$  de la direction d'écoulement. La surestimation de l'effort induit est de 11 % pour la simulation de l'essai de flexion sur éprouvette à  $90^\circ$  et de 6 % pour l'essai sur éprouvette à  $45^\circ$ .

L'essai de flexion réalisé ici, avec une vitesse de déplacement du couteau de  $2 \text{ mm.min}^{-1}$ , engendre localement des vitesses de déformation inférieures à  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . A de telles vitesses, le caractère visqueux du PP-FVC est prépondérant. L'identification des coefficients du modèle, a été réalisée sur des essais de traction à différentes vitesses comprises entre  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ , pour lesquels le PP-FVC présente un comportement plus raide qu'à très basse vitesse. Cela explique certainement en partie la surestimation de l'effort induit lors de la simulation de ces essais de flexion en statique.

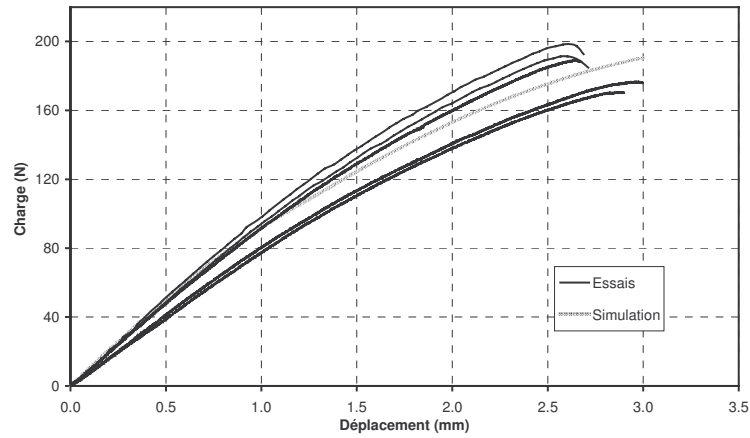


Figure 8. 5- Essai de flexion sur éprouvettes découpées à 0° de la direction d'injection

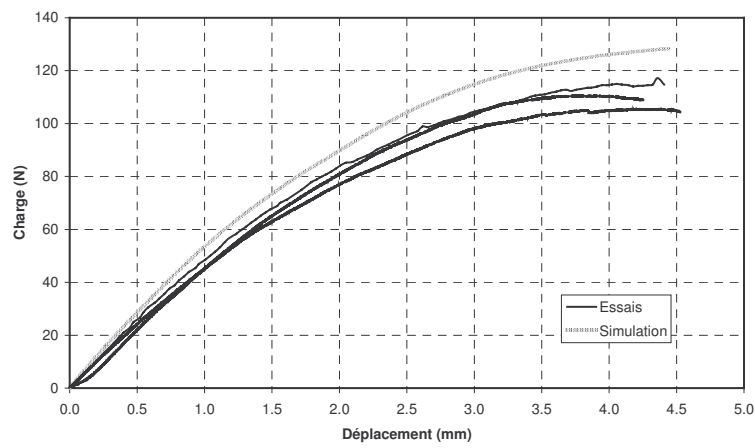


Figure 8. 6- Essai de flexion sur éprouvettes découpées à 90° de la direction d'injection

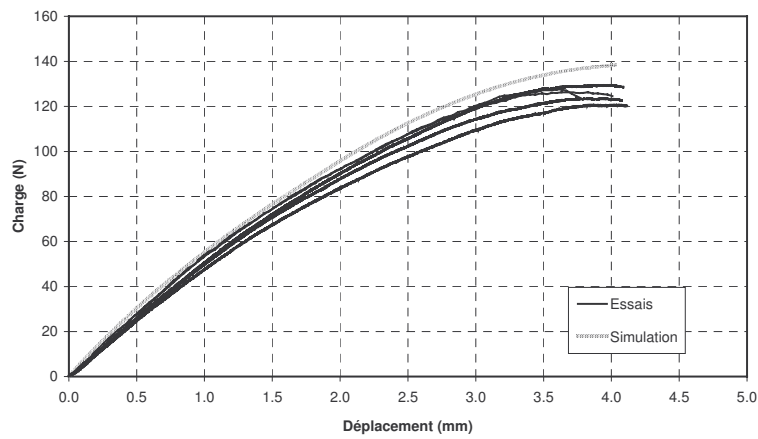


Figure 8. 7- Essais de flexion sur éprouvettes découpées à 45° de la direction d'injection

### 3 Simulations de chocs multiaxiaux sur éprouvettes de TWINTEX

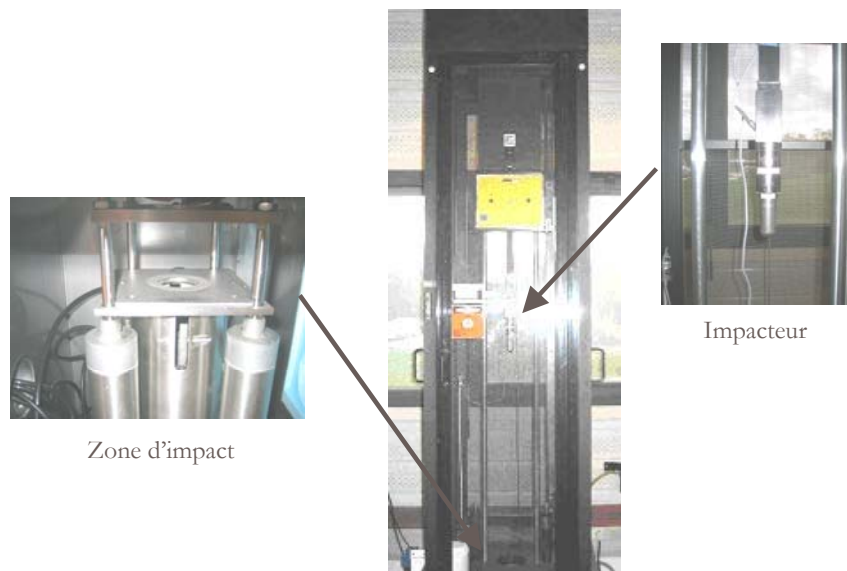
#### 3.1 Description de l'essai et des éprouvettes

Le principe général de cet essai, encore appelé parfois choc biaxial ou essai de perforation, est de laisser tomber une masse d'une hauteur donnée perpendiculairement à une plaque et de caractériser le type de défaillance ou de comportement obtenu pour une énergie cinétique appliquée donnée.

Les éprouvettes planes sont carrées et ont une surface de  $80 \times 80 \text{ mm}^2$ . Les éprouvettes testées, d'épaisseur 2 mm, correspondent à un empilement de quatre plis de TWINTEX. Le TWINTEX considéré ici est un TWINTEX 4/1 dont le grammage de  $935 \text{ g.m}^{-2}$  est différent de celui étudié précédemment. Il présente toutefois la même fraction volumique de fibres et la même proportion de fibres selon la chaîne et la trame. Nous considérons donc que ces deux tissus ont le même comportement mécanique.

Les éprouvettes sont encastrées dans des mors de telle sorte que la surface impactée soit un disque de 40 mm de diamètre. Le poinçon a une géométrie hémisphérique de diamètre 20 mm. Il vient percuter les éprouvettes en leur centre. La source d'énergie, propulsant l'impacteur, est de type masse d'inertie (machine à masse tombante). Ici deux énergies différentes ont été appliquées : 127 J et 61 J. Ces deux énergies correspondent à une vitesse d'impact respectivement de  $4.6 \text{ m.s}^{-1}$  et de  $3 \text{ m.s}^{-1}$  lorsque le poinçon revient percuter l'éprouvette.

Les essais réalisés sont instrumentés. La charge est mesurée par un transducteur piézoélectrique. Un capteur permet l'enregistrement de la flèche au cours de l'essai. C'est cette flèche que nous imposerons lors des simulations.



*Figure 8. 8 Montage expérimental pour les essais de chocs multiaxiaux*

#### 3.2 Mise en données de l'essai

Les symétries du problème nous permettent de simuler l'essai sur un quart d'éprouvette. Le maillage est réalisé avec des éléments hexaédriques linéaires dont la taille a été déterminée après étude de convergence.

La mise en données de l'essai est représentée sur la Figure 8. 9. En sortie de calcul, nous récupérons l'effort induit au niveau de l'impacteur.

Le comportement de l'impacteur est élastique linéaire avec un module d'Young et un coefficient de Poisson pris égaux à ceux de l'acier.

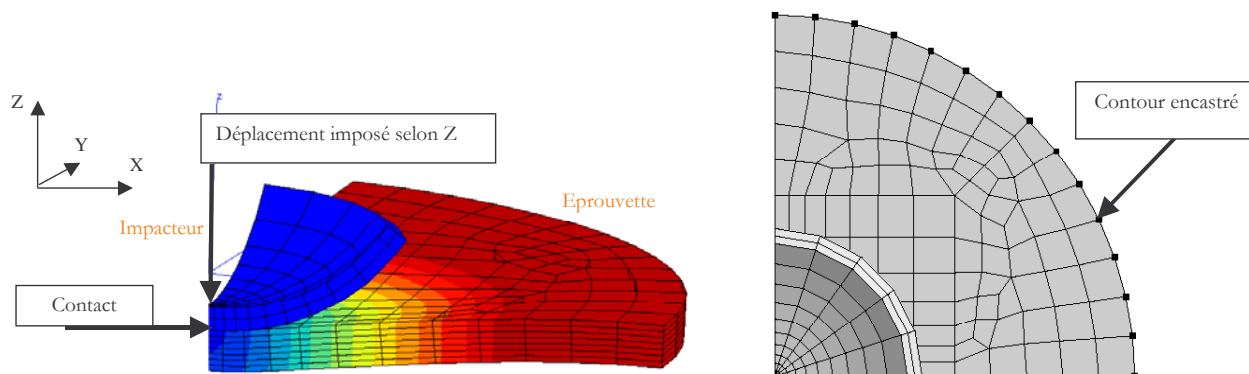


Figure 8. 9 Mise en données d'un essai de choc multiaxial

Afin d'étudier l'influence des effets d'inertie sur les résultats de la simulation, nous avons réalisé deux calculs : un en dynamique prenant en compte les termes d'inertie, et un autre statique. Le comportement du TWINTEX est pris élastique linéaire pour ces simulations. Les résultats sont présentés sur la Figure 8. 10. On constate que les courbes simulées obtenues, représentant l'effort enregistré au niveau de l'impacteur en fonction de l'enfoncement de celui-ci, suivent la même tendance. Toutefois, la courbe obtenue par le calcul en dynamique présente des oscillations qui sont dues aux effets d'inertie. Ces oscillations, obtenues lors de la simulation, sont bien plus importantes que celles obtenues expérimentalement. Par la suite, nous nous intéressons à la courbe moyenne et réaliserons nos simulations en statique.

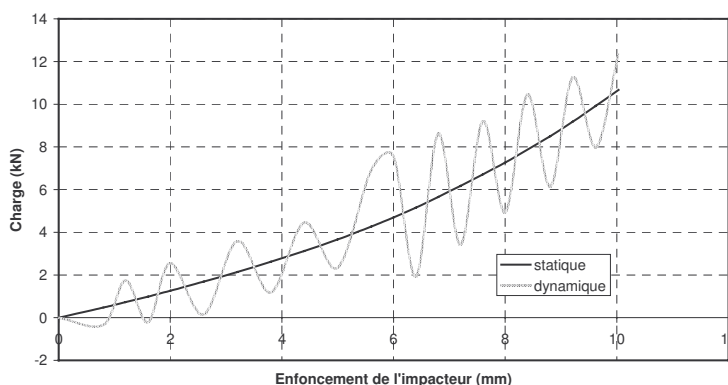


Figure 8. 10 – Influence de la prise en compte des effets d'inertie lors de la simulation d'un choc multiaxial

### 3.3 Résultats

Nous avons donc simulé des essais de choc multiaxial sur éprouvettes de TWINTEX avec deux énergies d'impact différentes : 61 J (Figure 8. 11) et 127 J (Figure 8. 12). Expérimentalement, lorsque

l'enfoncement de l'impacteur dépasse 6 mm, celui-ci traverse l'éprouvette. Notre objectif, ici, n'était pas de simuler ce phénomène, ce qui aurait nécessité l'utilisation de méthodes numériques complexes telles que le remaillage. Notre intérêt se porte sur le comportement du matériau lors de sa mise en charge. Nous nous attachons donc à comparer les courbes expérimentales et simulées jusqu'à ce que l'enfoncement de l'impacteur atteigne 6 mm. Nous observons une bonne corrélation. Expérimentalement, pour les deux vitesses d'impact considérées, le matériau présente le même comportement. Cela est bien rendu par le modèle. Toutefois, la modélisation de la rupture de fibres engendre une chute de rigidité progressive au cours de l'essai plus importante que celle enregistrée expérimentalement. En effet, localement en un point de Gauss, lorsque les limites de déformation en traction selon la chaîne et la trame sont atteintes, le modèle conduit à une chute brutale des modules dans ces deux directions.

Pour atténuer ce phénomène, il est possible de mettre en place une procédure multiéchelle pour retranscrire le caractère progressif de cet endommagement.

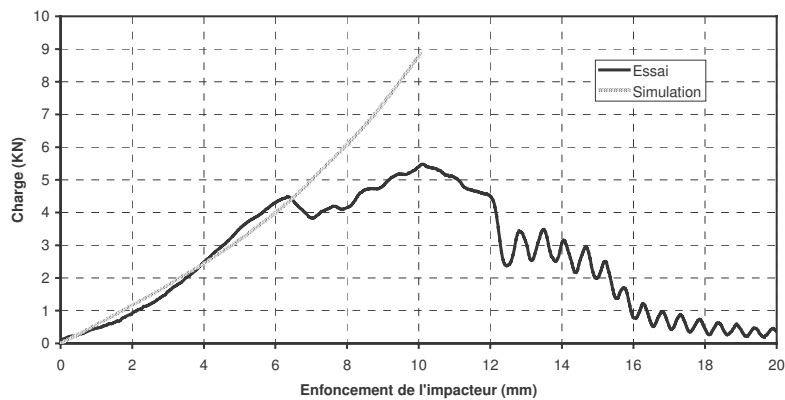


Figure 8.11 – CMA : énergie d'impact 61J

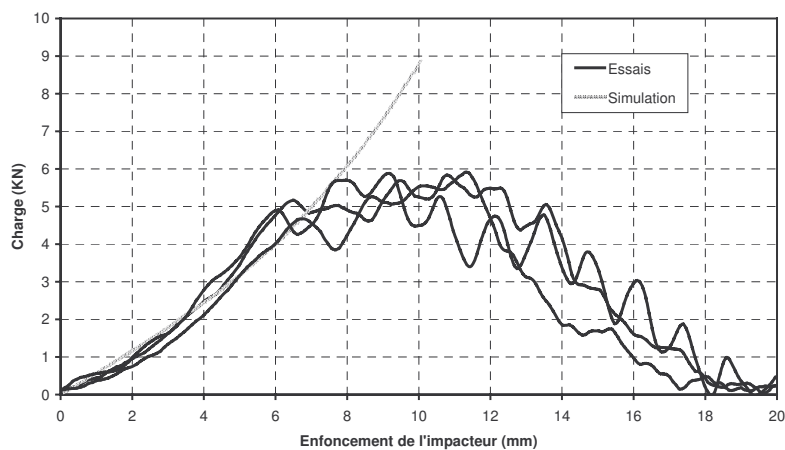


Figure 8.12 – CMA : énergie d'impact 127J

## 4 Conclusion

Dans ce chapitre, ont été présentés des essais de validation sur structures simples en TWINTeX et en PP-FVC. Nous observons de manière générale une bonne corrélation entre les simulations et les résultats expérimentaux. Toutefois lors de la simulation de l'essai de flexion notamment, le modèle surestime légèrement l'effort induit au niveau du couteau. Ceci est le résultat d'un modèle cohérent : tous les phénomènes dissipatifs ne sont pas modélisés (délaminage, etc...). L'énergie dissipée est donc sous-estimée lors de la simulation.

# CHAPITRE 9

## CALCULS SUR PIÈCES INDUSTRIELLES

### 1 Introduction

Le modèle ayant été confronté à des essais sur structures simples, l'objectif de ce chapitre est d'étudier sa pertinence pour la réalisation de calculs industriels. Ainsi sont présentées dans ce chapitre la simulation d'un choc sur une poutre d'absorption en TWINTEX et deux essais quasi-statiques sur une pièce de structure en PP-FVC.

Les simulations ont été réalisées dans le code ABAQUS, la méthode de résolution du calcul par éléments finis étant implicite. La loi de comportement est intégrée localement par l'intermédiaire du module Z-aba de ZéBuLoN.

### 2 Simulation d'un choc à 5 km.h<sup>-1</sup> sur une poutre d'absorption en TWINTEX

#### 2.1 Présentation de l'essai

Un essai de choc a été réalisé sur une poutre d'absorption en TWINTEX. Cette poutre, de 5 mm d'épaisseur, est élaborée à partir de 7 plis de TWINTEX □/1 de grammage 935 g.m<sup>-2</sup>, tous orientés de la même façon □ les torons de chaîne sont parallèles à l'axe de la poutre. La poutre est maintenue par l'intermédiaire de deux platines encastrées. L'impacteur, qui a la forme d'un pare-chocs, est celui utilisé pour les essais de choc réalisés suivant la norme européenne ECE □2. Il est fixé sur un chariot et centré par rapport à la poutre. Le chariot est mis en vitesse à 5 km.h<sup>-1</sup>. Le dispositif expérimental est représenté sur la Figure 9. 1. Des cellules de charge au niveau du support des platines, permettent de mesurer l'effort induit.

#### 2.2 Mise en données de l'essai

La mise en données des essais a été fournie par PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR. Le maillage est réalisé avec des éléments coques triangulaires et rectangulaires à intégration réduite, S3R et S□R. Le calcul est réalisé sous l'hypothèse des contraintes planes. Afin de simplifier la définition des repères locaux, bien que la poutre soit courbée, nous avons fait la même mise en données que pour une poutre en U en distinguant l'orientation locale uniquement au niveau des flancs horizontaux et verticaux de la poutre. La modélisation de l'essai est schématisée sur la Figure 9. 2.



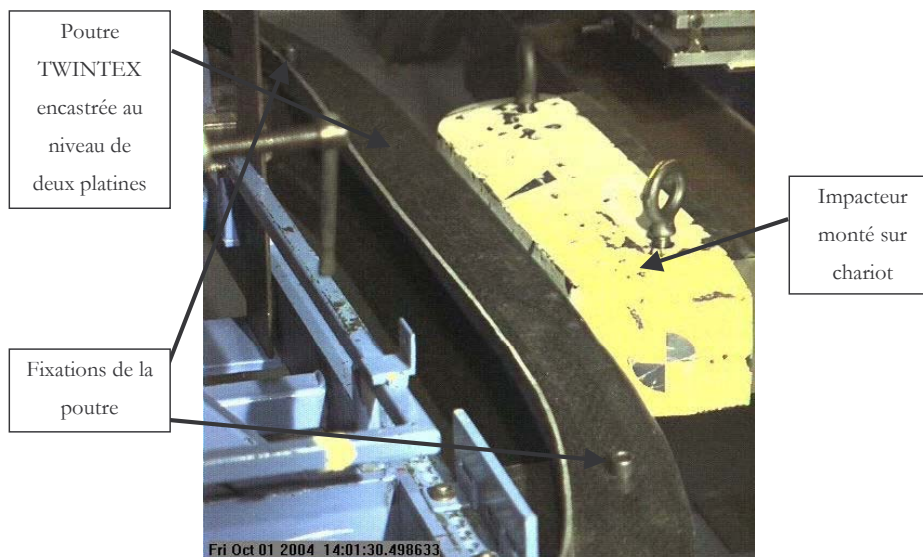


Figure 9. 1– Essai de choc à  $5\text{ km.h}^{-1}$  sur poutre d'absorption en TWINTEX

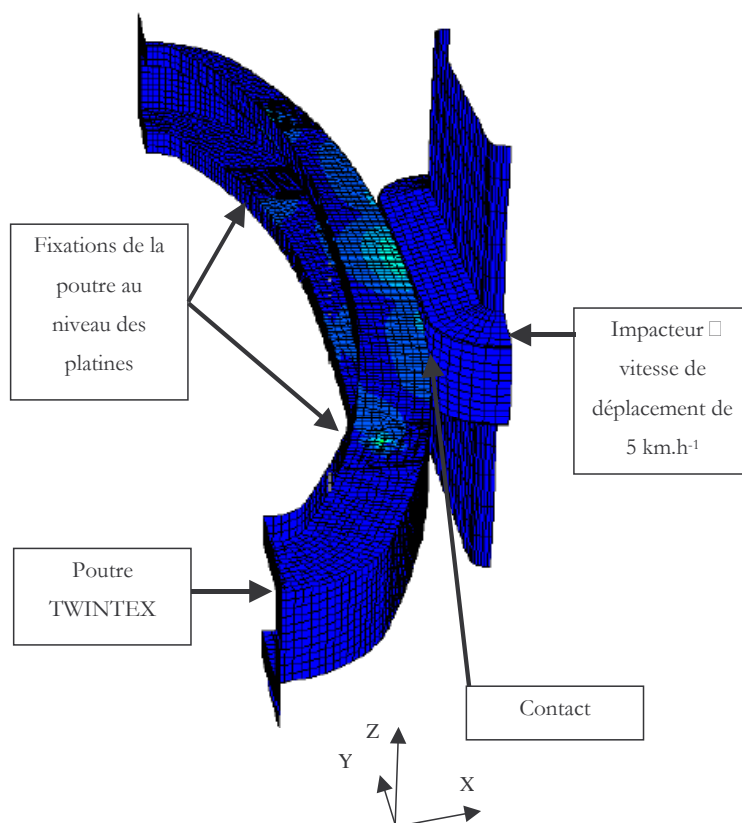


Figure 9. 2– Essai de choc à  $5\text{ km.h}^{-1}$  sur poutre d'absorption en TWINTEX : mise en données de l'essai

### 2.3 Résultats

Les courbes représentant l'effort induit en fonction de l'enfoncement imposé, issues des essais et des simulations, sont représentées sur la Figure 9. 3. Jusqu'à ce que l'enfoncement atteigne 8 mm, on observe une bonne corrélation.

Au-delà, la courbe expérimentale présente un décrochement qui n'est pas rendu par la simulation. En effet, lors de l'essai, la poutre, encastrée au niveau des platines, a tendance à fléchir en son milieu, l'impacteur n'est alors plus au contact de la poutre sur toute sa surface mais seulement à ses extrémités. L'enfoncement de

la poutre est mesuré expérimentalement au milieu de celle-ci. Pour la simulation, c'est le déplacement de l'impacteur qui est imposé. La gestion du contact entre l'impacteur et la poutre dans le calcul numérique impose que les deux pièces restent au contact tout au long de l'essai. L'enfoncement de la poutre correspond alors au déplacement de l'impacteur. On mesure donc expérimentalement un plus grand enfoncement que celui qui est imposé numériquement. On remarque en revanche que l'estimation par calcul de la charge induite, qui n'est pas dépendante de la surface de contact, est bonne.

La non-corrélation entre la courbe simulée et la courbe expérimentale pour un enfoncement supérieur à 8 mm provient non pas de la modélisation du comportement de la poutre mais d'une définition mal adaptée du contact numérique.

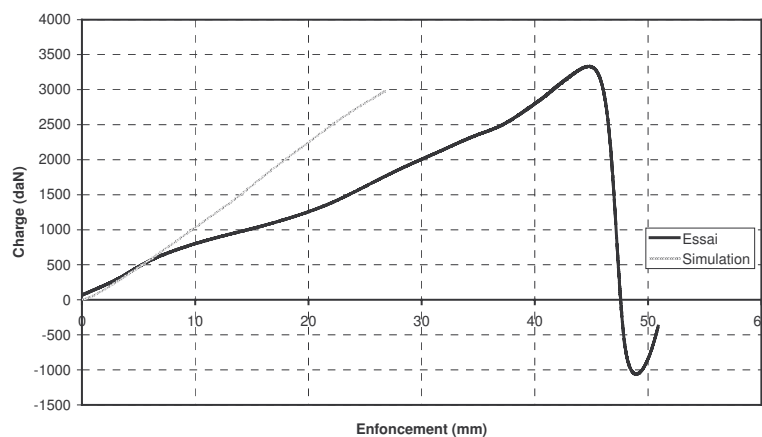


Figure 9. 3 – Essai de choc sur poutre d'absorption en TWINTEx : comparaison résultats expérimentaux/simulations

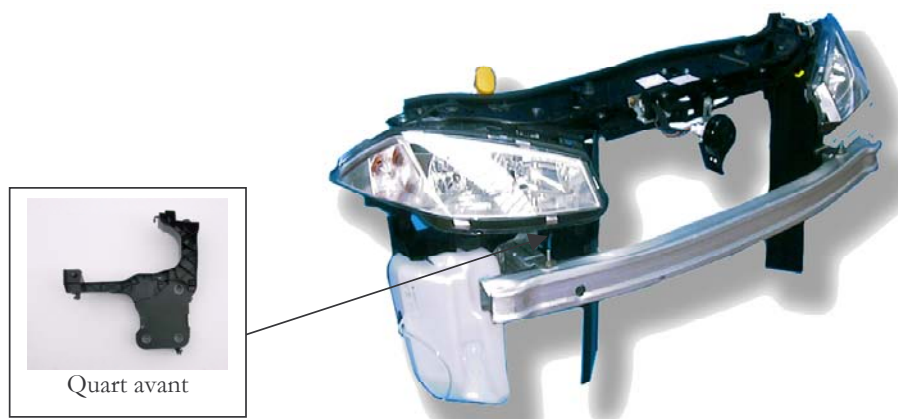
### 3 Sollicitations sur un quart avant en PP-FVC

#### 3.1 Présentation de l'essai

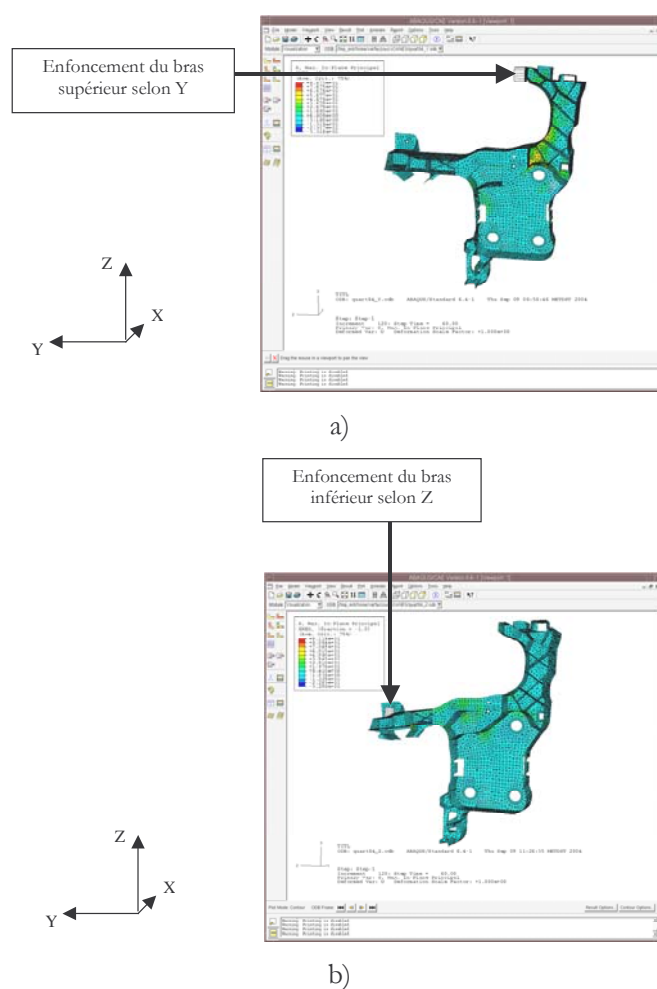
La pièce de structure en PP-FVC étudiée est un quart avant d'une Face Avant Technique. Elle est fixée sur les longerons et supporte les optiques et d'autres composants comme le réservoir de lave-glace. Elle est élaborée par injection pin point. Deux essais mécaniques ont été réalisés sur le quart avant dans des conditions quasi-statiques. L'essai est piloté en déplacement avec une vitesse de 20 mm.min<sup>-1</sup>. Un capteur de charge permet de mesurer l'effort induit. Les deux sollicitations sont schématisées sur la Figure 9. 5.

#### 3.2 Mise en données des essais

La mise en données des essais a été fournie par PLASTIC OMNIUM AUTO EXTERIEUR. Le maillage est réalisé avec des éléments coques triangulaires à intégration réduite S3R. En outre, un premier calcul de simulation d'injection a permis de récupérer une cartographie de l'orientation de l'écoulement. Cette cartographie fournit pour chaque élément du maillage le repère local privilégié auquel est associée la loi de comportement du matériau. Aux vues des épaisseurs de la pièce comprises entre 2 et 4 mm, le calcul est réalisé sous l'hypothèse des contraintes planes.



**Figure 9.4** - Face avant technique. Le quart-avant est sous le bloc optique.

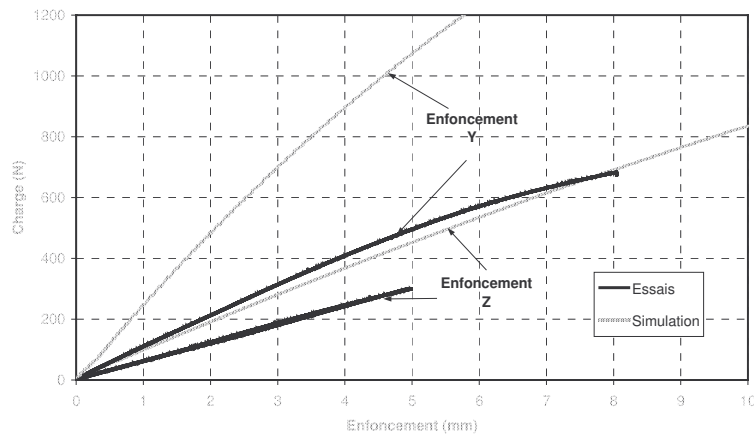


**Figure 9.5** - Pièce Quart84  
a) Enfoncement suivant Y et b) Z

### 3.3 Résultats et commentaires

Tout d'abord, il faut noter que la durée des calculs, de l'ordre d'une heure, est compatible avec les exigences industrielles, et ce, malgré la complexité de la loi de comportement et le coût en mémoire des calculs dû au fait qu'une orientation d'écoulement est associée à chaque élément.

Les courbes, représentant l'effort induit en fonction de l'enfoncement imposé, issues des essais et des simulations sont représentées sur la Figure 9. 6. Le modèle surestime largement l'effort induit. Notamment pour l'essai d'enfoncement sur le bras supérieur suivant Y, l'effort induit obtenu par simulation est plus de deux fois supérieur à celui obtenu expérimentalement.



**Figure 9. 6** – Essais sur quart-avant en PP-FVC : comparaison résultats expérimentaux/ simulations

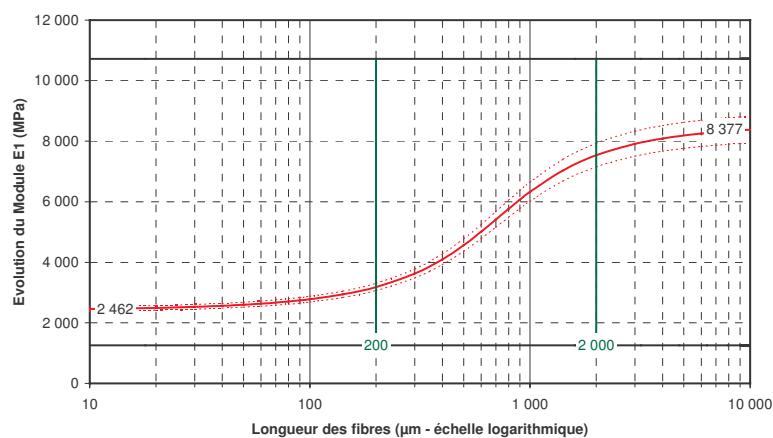
Afin d'analyser l'origine de cette importante différence de rigidité, nous avons étudié la microstructure du quart avant et en particulier nous nous sommes intéressés à la longueur des fibres dans la pièce. En effet, le quart avant est élaboré à partir de la même matière première que les plaques dont sont issues les éprouvettes de caractérisation (Chapitre 3 § 2.3.2). Cependant l'injection a été réalisée en pin point et non en nappe. De plus, sa géométrie est très complexe. Lors de l'injection, les fibres peuvent donc être davantage rompues que lors de la fabrication des plaques de caractérisation.

La longueur moyenne des fibres mesurée sur les éprouvettes de caractérisation est de 1 mm (Annexe 1). Une analyse des longueurs de fibres sur l'ensemble du quart-avant a mis en évidence une longueur moyenne de 0.6 mm, cette valeur étant plus basse (0.5 mm) dans les bras de la pièce qui présentent une géométrie nervurée.

En supposant toutes les fibres orientées dans la direction de l'écoulement, Joannes [Joannes 200□] a réalisé une étude de l'influence de la longueur de fibres sur le module longitudinal du PP-FVC, la fraction massique de fibres étant constante et égale à 30%. Les résultats sont présentés sur la Figure 9. 7. Sous ces hypothèses, il met en évidence une importante chute du module longitudinal du PP-FVC (-28 %) lorsque la longueur moyenne de fibres passe de 1 mm à 0.6 mm.

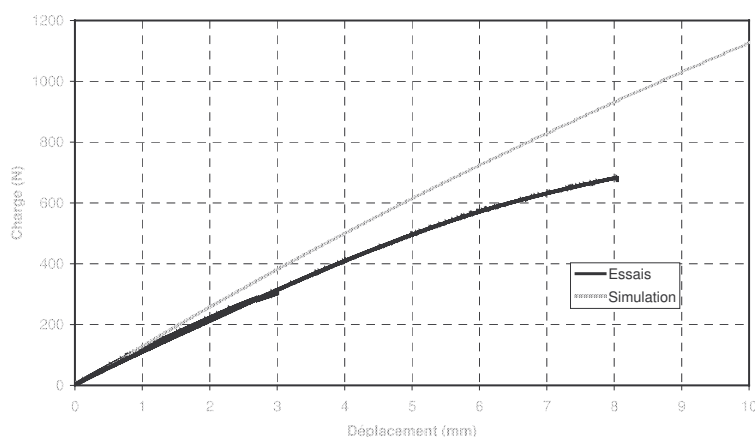
D'autre part, la géométrie de la pièce étant complexe, l'écoulement de la matière est perturbé lors de l'injection et les fibres ne présentent alors plus d'orientation privilégiée. Toutes ces remarques nous permettent de conclure que le matériau constituant le quart avant, bien qu'élaboré à partir des mêmes granulés que les plaques, ne présente pas la même microstructure que les éprouvettes de caractérisation. La microstructure du quart-avant est proche d'un milieu isotrope. Nous avons réalisé une simulation de l'essai d'enfoncement suivant Y du bras supérieur du quart-avant en considérant que le milieu est isotrope. Le comportement du milieu est supposé isotrope élastique linéaire avec un module d'Young de 2500 MPa et un coefficient de

Poisson de 0.3. Nous observons alors une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et la simulation, notamment en début d'essai lorsque le comportement élastique prévaut.



**Figure 9. 7** – Evolution du module  $E1$  en fonction de la longueur de fibre.

PP-FVC 30%, toutes les fibres étant supposées orientées dans la direction d'écoulement



**Figure 9. 8** – Essai d'enfoncement suivant Y du bras supérieur du quart-avant.

Simulation en supposant le matériau isotrope et son comportement élastique linéaire

## 4 Conclusion

Nous avons confronté dans ce chapitre notre modèle de comportement à des essais sur pièces industrielles. Cependant ces essais ont révélé d'autres problèmes qui ne sont pas exclusivement imputables à la modélisation du comportement. Notamment, la mise en données du calcul numérique lors de la simulation d'un choc est très importante □ la gestion des contacts doit se faire avec le plus grand soin. D'autre part, pour les calculs sur pièces, en thermoplastique renforcé de fibres de verre courtes ou longues, élaborées par injection, l'influence du procédé d'élaboration et de la géométrie de la pièce sur sa microstructure font qu'il est nécessaire de mettre en place une procédure d'homogénéisation. Cependant, cela suppose que les logiciels de simulation d'injection, qui permettent aujourd'hui d'avoir accès à la direction d'écoulement de la matière, soient capables de donner des informations sur les hétérogénéités locales au niveau de chaque élément du maillage (fraction volumique de fibres, longueur de fibres, ...).

# **Conclusions et perspectives**



# CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

## Conclusions

Il existe aujourd'hui de nombreuses applications pour les matériaux composites répondant aux exigences économiques de l'industrie automobile. Cependant, les exigences sécuritaires de ce marché sont aussi à prendre en compte. Ainsi, les pièces structurales sont soumises à de nombreux types de sollicitations, statiques et dynamiques, et il est donc important et nécessaire de prévoir leur réaction face à cet ensemble de cas de charge. La mauvaise connaissance du comportement dynamique des matériaux composites et le peu de modèles disponibles pour le simuler constituent, à l'heure actuelle, un frein au développement de ces applications. En effet, dans la plupart des cas, la loi de comportement choisie est élastique linéaire, ce qui, implicitement, correspond à la prise en compte d'un coefficient de sécurité pénalisant, et donc à la perte du gain attendu grâce à l'utilisation de ces matériaux.

Ce travail a pour objectif d'apporter une contribution aux travaux de recherche actuels afin de mieux comprendre et modéliser le comportement de matériaux composites soumis à une importante gamme de vitesses de déformation et notamment à des sollicitations dynamiques. En effet, il propose, au travers de l'étude de deux matériaux différents, une méthodologie de modélisation très générale en quatre étapes.

### *Analyse de la microstructure*

La première étape consiste en une analyse de la microstructure des matériaux, afin de déterminer leur V.E.R, de connaître les caractéristiques de leurs constituants et les mécanismes physiques à l'origine de l'évolution de leurs propriétés globales.

### *Etude expérimentale en statique et en dynamique*

L'étude expérimentale constitue la deuxième étape de notre méthodologie. Il s'agit de caractériser le comportement mécanique des matériaux sous sollicitations statiques et dynamiques. L'objectif est d'identifier les phénomènes dissipatifs prépondérants et les effets de la vitesse sur leur comportement. Les essais réalisés à vitesse quasi-statique ( $\dot{\epsilon} < 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) sont des essais de traction, de compression, de charge-décharge et de traction-compression accompagnés d'observations microscopiques. L'étude en dynamique ( $\dot{\epsilon} \geq 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) consiste en la



réalisation d'essais de traction. Une étude approfondie de cet essai complexe a par ailleurs été menée afin d'améliorer l'analyse des résultats.

Dans le cadre de l'étude menée sur le TWINTeX et le PP-FVC, nous nous sommes attachés à quantifier les phénomènes d'endommagement, viscoélastiques et viscoplastiques pour des sollicitations dont les vitesses sont comprises entre  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . Nous nous sommes également intéressés à l'évolution des propriétés à rupture avec la vitesse de sollicitation. Notons que les symétries matérielles du milieu conditionnent la nature et le nombre des essais nécessaires à l'identification complète du comportement.

### *Modélisation du comportement*

La troisième étape propose un modèle de comportement unifié, valable pour des sollicitations statiques et dynamiques, et qui s'appuie sur l'analyse des résultats obtenus lors de l'étape précédente. Ce modèle englobe la prise en compte des phénomènes d'endommagement, de viscoélasticité et de viscoplasticité, chacun d'eux pouvant être rendus actifs ou non lors de l'identification. Son écriture très générale doit permettre de modéliser le comportement de nombreuses familles de matériaux composites. Il a été implémenté dans le code de calcul ZéBuLoN.

Son identification, menée sur les matériaux TWINTeX et PP-FVC, a permis de mettre en évidence les défauts de modélisation des phénomènes viscoélastiques et viscoplastiques, lors de la simulation du comportement en décharge. Cependant, les résultats sont très encourageants : le comportement en charge des deux matériaux est bien rendu sur toute la gamme de vitesses étudiées. Le modèle permet de prendre en compte l'anisotropie du comportement et de simuler le retard des phénomènes visqueux et plastiques lorsque la vitesse de sollicitation augmente. La modélisation de l'endommagement, basée sur un formalisme totalement cohérent, permet de prendre en compte l'ensemble des effets dus à l'endommagement par fissuration intralaminare. Enfin, la modélisation du phénomène de rupture de fibres permet de définir un cadre pour, par la suite, modéliser la rupture du matériau.

### *Essais de validation*

La quatrième étape propose une démarche de validation de la modélisation. Elle consiste premièrement en la réalisation d'essais de flexion et de choc multiaxial afin de confronter le modèle à des cas de sollicitation simples, différents de ceux utilisés pour l'identification. Ensuite des calculs sur pièces industrielles doivent permettre d'évaluer la pertinence du modèle.

Les essais de flexion et de CMA, menés sur le TWINTeX et le PP-FVC, ont permis d'observer une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et les simulations. Les calculs sur pièces industrielles ont mis en évidence les outils numériques complémentaires nécessaires à la mise en œuvre d'un calcul sur pièce en matériau composite.

L'ensemble de cette méthodologie appliquée à deux matériaux différents, le TWINTeX et le PP-FVC, a permis d'obtenir de bons résultats. Dès lors, de nombreuses perspectives peuvent être envisagées.

## Perspectives

### *Amélioration de l'étude expérimentale en dynamique*

Afin d'obtenir des informations plus précises sur l'évolution de l'état d'endommagement du matériau et pouvoir ainsi améliorer l'identification du modèle d'endommagement, des essais de traction rapides interrompus pourraient être pratiqués par la suite. De même, l'étude des champs de température lors de l'essai de traction à vitesse rapide permettrait d'évaluer dans quelle mesure on doit tenir compte de l'échauffement du matériau.

### *Modélisation de la rupture*

L'étude expérimentale a permis de mettre en évidence une influence de la vitesse de sollicitation sur les caractéristiques à rupture des matériaux. Bien qu'une ébauche de critère de rupture ait été proposée au travers de la modélisation de la rupture de fibres, celle-ci ne tient pas compte de l'influence de la vitesse. D'autre part, cette modélisation ne traduit pas le caractère progressif de cet endommagement. Pour y remédier, une procédure multiéchelle peut être mise en place.

De manière générale, l'écriture d'un critère de rupture prenant en compte les effets de la vitesse de sollicitation permettrait d'améliorer la pertinence du modèle.

### *Modélisation du délaminage*

La modélisation de l'endommagement proposée ici décrit la fissuration intralaminare et la rupture de fibres à l'échelle mésoscopique. Cependant à l'échelle de la structure, pour des niveaux de charge élevés, l'endommagement interlaminare doit être pris en compte. La modélisation du délaminage permettrait de compléter le modèle proposé ici.

### *Mise en place d'une procédure d'homogénéisation*

Dans certains cas, il est difficile de réaliser l'ensemble des essais nécessaires à l'identification de l'intégralité du comportement du matériau. Dans ce cas, il est nécessaire de mettre en place une procédure d'homogénéisation. Dans le cas du PP-FVC, par exemple, le procédé d'élaboration a une très grande influence sur les propriétés du matériau et celles-ci varient, localement et d'une structure à l'autre. En supposant que les logiciels de simulation d'injection soient capables de donner des informations sur les hétérogénéités locales au niveau de chaque élément du maillage (fraction volumique de fibres, longueur de fibres, ...), il serait intéressant de mettre en place une procédure d'homogénéisation numérique en se basant sur le modèle de comportement proposé ici.

Enfin, pour terminer, nous voulons préciser que la réussite d'un calcul sur pièce industrielle est certes conditionnée par une bonne modélisation du comportement mais que, notamment dans le cadre de sollicitations dynamiques, un travail important sur la mise en données du problème, sur la définition des contacts notamment, et le développement d'outils numériques, tels que le remaillage, sont fondamentaux.



# Bibliographie



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[Allix 1990] Allix O., Ladevèze P., Ledantec E., “Modélisation de l’endommagement du pli élémentaire des composites stratifiés”, in : JNC 7, Lyon, ed. G. Fantozzi, P. Fleischmann, Pluralis, pp. 715-724, 1990.

[Allix 2000] Allix O., Guédra-Degeorges D., Guinard S., Vinet A., “Analyse de la tenue aux impacts à faible vitesse et faible énergie des stratifiés composites par la mécanique de l’endommagement”, Mécanique & Industries, 1, pp. 27-35, 2000.

[Aussedat-Yahia 1997] Aussedat-Yahia E., “Comportement et endommagement du composite tissé carbone/PMR15 soumis à des chargements mécaniques et thermiques”, Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1997.

[Azou 1979] Azou P., Enseignement de la physique : physique des ondes, Cours de l’Ecole Centrale des Arts et Manufactures, 1979.

[Barre 1996] Barré S., Chotard T., Benzeggah M.L., “Comparative study of strain rate effects on mechanical properties of glass fibre-reinforced thermoset matrix composites”, Composites Part A, 27A, pp. 1169-1181, 1996.

[Besson 1999] Besson J., “Modélisation numérique de la rupture ductile des matériaux hétérogènes”, Thèse d’habilitation à diriger les recherches, Paris VI, 1999

[Besson 2001 a] Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.L., Forest F., “Introduction à la mécanique de l’endommagement”, in : Mécanique non linéaire des matériaux, Hermes, pp. 143-215, 2001.

[Besson 2001 b] Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.L., Forest F., “Calcul de structures en non-linéaire”, in : Mécanique non linéaire des matériaux, Hermes, pp. 343-383, 2001.

[Boubakar 2003] Boubakar M.L., Vang L., Trivaudey F., Perreux D., “A meso-macro finite element modelling of laminate structures. Part II: time-dependent behaviour”. Composite structures, 60, pp. 275-305, 2003.

[Campbell 1970] Campbell J.D., Ferguson W.G., “The temperature and strain-rate dependence of the shear strength of mild steel”, Philosophical magazine, 21, pp. 63-82, 1970.

[Cantwell 1991] Cantwell W. J., Morton J., “The impact resistance of composite materials – a review”. Composites, 22, p. 347-362, 1991.

[Chaboche 1979] Chaboche J.L., “Le concept de contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope”, in : Mechanical behavior of anisotropic solids, ed. J-P. Boehler, Colloque Euromech 115, Grenoble, pp. 737-760. Editions du CNRS, 1982.

[Chaboche 1992] Chaboche J.L., “Damage induced anisotropy : on the difficulties associated with the active/passive unilateral condition”, International journal of damage mechanics, 1, April, pp. 148-171, 1992.

[Gates 1991] Gates T.S., Sun C.T., “Elastic/viscoplastic constitutive model for fiber reinforced thermoplastic composites”, AIAA Journal, 29, pp. 457-463, 1991.

[Gérard 1997] Gérard P., Pabiot J., “Maîtrise technologique de la répartition et de l'orientation des fibres dans les pièces injectées en composites thermoplastiques”, Composites (Plastiques renforcés, fibre de verre, textile), n°20, pp. 71-79, 1997.

[Giocosa 1999] Giocosa A., “Les composites dans l'industrie automobile”, Techniques de l'ingénieur, traité Plastiques et Composites, AM 5600, 1999.

[Haramburu 2003] Haramburu E., “Approche intégrée du dimensionnement mécanique de structures en composite injecté avec fibres courtes : une interface entre injection et calcul de structure ”, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse III, 2003.

[Haudin 1995] Haudin J.M., “Structures et morphologies des polymères semi-cristallins”, in : Introduction à la mécanique des polymères, ed. C. G'Sell, J.M. Haudin, Institut national polytechnique de lorraine, pp. 97-115, 1995.

[Joannes 2003] Joannes S., “Modélisation du comportement d'un composite thermoplastique renforcé de fibres coupées pour applications automobiles”, Rapport de stage de Mastère COMADIS, Ecole des Mines de Paris, 2003.

[Johnson 1983] Johnson G.R., Cook, W.H., “A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures”, in : Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistics, The Hague, The Netherlands, pp. 541-547, 1983.

- [Johnson 2001] Johnson A.F., “Modelling fabric reinforced composites under impact loads”, Composites A, 32, pp. 1197-1206, 2001.
- [Kammerer 1997] Kammerer C., Neme A., “Plane behavior of an e-glass/polyester composite at high strain rates”, Composites science and technology, 58, pp. 717-725, 1997.
- [Kausch 2001] Kausch H.H, Heymans N., Plummer C.J., Decroly P., Matériaux polymères : propriétés mécaniques et physiques, Traité des matériaux , vol. 14. Presses polytechniques et universitaires romandes, [pp. 195-199], 2001.
- [Kawata 1982] Kawata K., Hashimoto S., Takeda N., “Mechanical behaviours in high velocity tension of composites”, in : Progress in science and engineering of composites, ICCM IV, Tokyo, ed. T. Hayashi et al., North holland, pp. 829-836, 1982.
- [Kelly 2000 a.] Kelly A., Zweben C., Comprehensive composite materials : polymer matrix composites, Vol. 2, Elsevier, 2000.
- [Kelly 2000 b.] Kelly A., Zweben C., Comprehensive composite materials : fiber reinforcements and general theory of composites, Vol. 1, Elsevier, 2000.
- [Ladeveze 1988] Ladevèze P., “Sur la modélisation et le calcul des structures composites”, in : JNC 6, Paris, ed. J.F Favre, D. Valentin, AMAC, pp. 697-712, 1988.
- [Ladeveze 1994] Ladevèze P., Gasser A., Allix O., “Damage mechanisms modeling for ceramic composites”, Journal of engineering materials and technology, 116, pp. 331-336, 1994.
- [Lataillade 2001] Lataillade J. L., “Essais dynamiques”, in : Essais mécaniques et lois de comportement, ed. D. François, Hermes, pp. 249-318, 2001.
- [Le Basser 2002] Le Basser Y., “Lois de comportement de composites à matrice thermoplastique renforcée de fibres courtes”, Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2002.
- [Lemaître 1985] Lemaitre J., Chaboche J.L., Mécanique des matériaux solides, Dunod, 1985.
- [Monget 2003] Monget B., “Caractérisation et modélisation du comportement du composite à matrice thermoplastique renforcée de fibres de verre STAMAX”, Rapport de stage de Mastère COMADIS, Ecole des Mines de Paris, 2003.



[Montoya 1991] Montoya D., Naulin G., Ansart J.P., “Comportement dynamique d' une nuance de beryllium”, Journal de physique IV, C3 pp. 27-34, 1991.

[Nouailhas 1992] Nouailhas D., Freed A.D., “A viscoplastic theory for anisotropic materials”, Journal of engineering materials and technology, 114, pp. 97-104, 1992.

[Oudet 1994] Oudet C., Polymères : structure et propriétés, Masson, [pp. 124-129], 1994.

[Pardo 2001] Pardo S., “Tenue d’assemblages de composites sous sollicitations dynamiques”, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers, 2001

[Petitpas 1993] Petitpas E., “Comportement et endommagement des matériaux composites stratifiés”, Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1993.

[Rémond 2003] Remond Y., “Etude du comportement viscoélastique en déchargement du polyéthylène avec ou sans fibres de verre courtes”, in : JNC13, Strasbourg, ed. Y. Rémond, J. Lamon, AMAC, pp. 503-512, 2003.

[Rozycki 2000] Rozycki P., “Contribution au développement de lois de comportement pour matériaux composites soumis à l’impact”, Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2000.

[Segard 2003] Ségard E., Benmedakhene S., Laksimi A., Daï D., “Damage analysis and the fibre-matrix effect in polypropylene reinforced by short glass fibres above glass transition temperature”, Composite structures, 60, pp.67-72, 2003.

[Sierakowski 1997] Sierakowski R.L., “Strain rate effects in composites”, Applied mechanics reviews, 50, part 1, pp. 741-761, 1997.

[Sun 1989] Sun C. T., Chen J. L., “A simple flow rule for characterizing nonlinear behavior of fiber composites”, Journal of composite materials, 23, pp. 1009-1020, 1989.

[Talreja 1985] Talreja R., “A continuum mechanics characterization of damage in composite materials”, Proceedings of the royal society of London, A399, pp. 195-216, 1985.

[Thionnet 1991] Thionnet A., “Prévision d’endommagement sous chargements quasi-statiques et cycliques des structures composites stratifiées”, ONERA-N.T 1991-4, Thèse de doctorat, Paris VI, 1991.

[Thionnet 1993] Thionnet A, Renard J, “Meso-macro approach to transverse cracking in laminated composites using Talreja’s model”, Composites engineering, 3, n°9, pp. 851-871, 1993.

- [Thionnet 1999] Thionnet A., Renard J., “Modelling unilateral damage effect in strongly anisotropic materials by the introduction of the loading mode in damage mechanics”, International journal of solids and structures, 36, pp. 4269-4287, 1999.
- [Thionnet 2003 a.] Thionnet A., Martin C., Mécanique et comportement des milieux continus, Tome 1 : Concepts généraux, Ellipses , 2003
- [Thionnet 2003 b.] Thionnet A., Martin C., Barradas S., Mécanique et comportement des milieux continus, Tome 2 : Applications et théorie des invariants, Ellipses, 2003
- [Thiruppukuzhi 2001] Thiruppukuzhi S.V., Sun C.T., “Models for the strain-rate-dependent behavior of polymer composites”, Composites science and technology , 61, pp. 1-12, 2001.
- [Vaidya 2003] Vaidya U.K., Bartus S., Pillay S., Janowski G.M., Gleich K., “Impact behavior of long fiber thermoplastic (LFT) composites”, in : ICCM 14, 14-18 juillet 2003, San Diego, 6 p., 2003.
- [Vedrine 2003] Vedrine M., “Contribution à l’étude des propriétés mécaniques des structures en polymère injecté : application aux propriétés élastiques locales et à la modélisation viscoélastique”, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2003.
- [Weeks 1998] Weeks C.A., Sun, C.T., “Modeling non-linear rate-dependent behavior in fiber-reinforced composites”, Composites science and technology, 58. pp. 603-611, 1998.
- [Wolff 1991] Wolff C., “Approche thermomécanique et modélisation du comportement en absorption d’énergie de tubes composites”, Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1991.
- [Zerilli 1987] Zerilli F.J., Armstrong R.W., “Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations”, Journal of applied physics, 61, pp. 1816-1825, 1987.
- [Zhao 1997] Zhao H., “A constitutive model for metals over a large range of strain rates. Identification for mild-steel and aluminium sheets”, Materials science and engineering, A230, pp. 95-99, 1997.



# Annexes

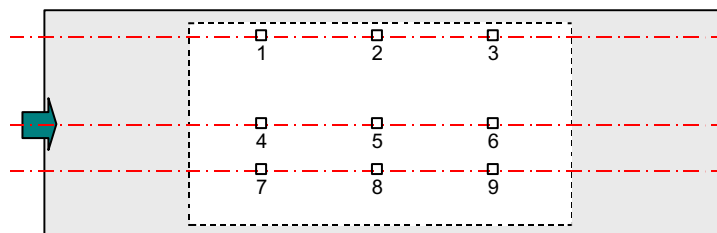


## ANNEXE 1

### MICROSTRUCTURE DU PP-FVC

Nous présentons dans cette annexe les observations microscopiques et l'étude par analyse d'images qui ont permis de mettre en évidence les hétérogénéités microstructurales du PP-FVC. La majeure partie de cette étude a été réalisée par Monget en vue de mettre en place, à terme, une procédure d'homogénéisation numérique permettant d'obtenir le comportement mécanique du PP-FVC en tenant compte des hétérogénéités microstructurales [Monget 2003]. Toute cette analyse a été conduite à partir d'échantillons découpés sur une plaque de 3 mm d'épaisseur injectée en nappe (Chapitre 3 § 2.3.2). Rappelons qu'afin de s'affranchir des effets de bord et des zones où le flux de matière n'est pas représentatif du matériau massif, une zone utile a été définie. Neuf échantillons de 3mm x 100mm<sup>2</sup> ont été découpées dans la plaque. Trois types d'échantillons ont été prélevés (Figure A1. 1) :

- Type 1 : prélevé sur les bords de la zone utile de la plaque { 1 ; 2 ; 3 } ;
- Type 2 : prélevé au centre de la zone utile { 4 ; 5 ; 6 } ;
- Type 3 : prélevé entre le bord et le centre de la zone utile { 7 ; 8 ; 9 }.

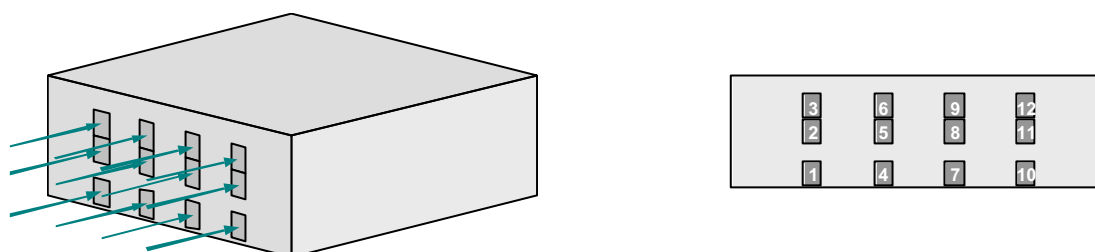


**Figure A1. 1** - Répartition des échantillons sur la plaque injectée

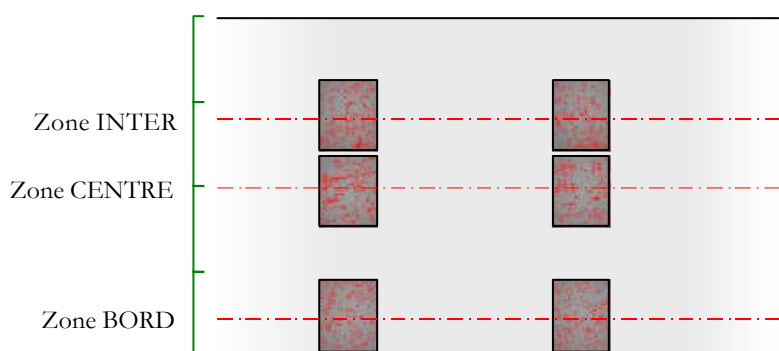
#### Observations microscopiques

Chaque échantillon a été observé sur la tranche perpendiculaire à la direction d'injection. Ainsi, 12 photographies par échantillons ont été réalisées dans l'épaisseur (Figure A1. 2). Les photographies sont disposées de manière à bien observer la couche de cœur et les couches de peau de la structure du PP-FVC (Figure A1. 3).

Afin d'obtenir des résultats statistiques sur les données recherchées (diamètre des fibres, longueur des fibres, fraction volumique de fibres, distance inter-fibres, orientation des fibres), les observations sont couplées à une analyse d'images. Le Tableau A.1 1 récapitule les types d'analyses nécessaires pour définir les caractéristiques microstructurales du PP-FVC.



**Figure A1. 2 -** Numérotation des photographies



**Figure A1. 3 –** Position des photographies dans l'épaisseur : observations des différentes couches de la structure cœur-peau

		Types d'analyses
Fibres	Diamètre de fibre	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pyrolyse</li> <li>• MEB</li> </ul>
	Longueur de fibre	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pyrolyse</li> <li>• Microscopie optique</li> </ul>
PP-FVC	Fraction volumique de fibres	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microscopie optique</li> <li>• Analyse d'image</li> </ul>
	Distance inter-fibres	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microscopie optique</li> <li>• Analyse d'image</li> </ul>
	Orientation des fibres	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microscopie optique</li> <li>• Analyse d'image</li> </ul>

**Tableau A.1 1 –** Récapitulatif des caractéristiques microstructurales observées et des moyens d'essais

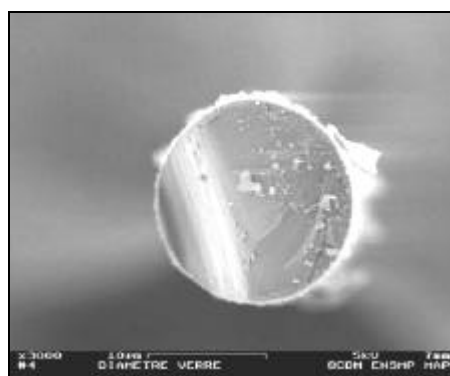
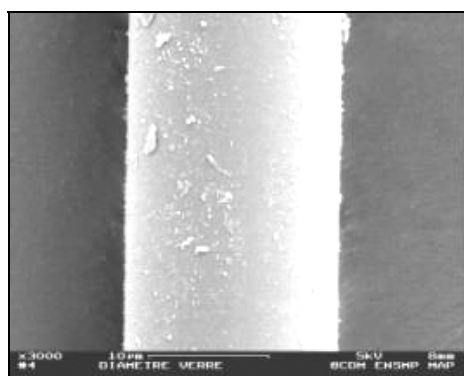
## Résultats

### *Diamètre des fibres*

Après pyrolyse (Figure A1. 4), des observations en microscopie électronique en balayage (Figure A1. 5) permettent de mesurer le diamètre des fibres. L'étude a porté sur un lot de 10 fibres. Les résultats sont synthétisés dans le Tableau A.1 2.



**Figure A1. 4** – Echantillon pyrolysé



**Figure A1. 5** – Mesure du diamètre des fibres

*Observation au M.E.B*

Diamètre minimal ( $\mu\text{m}$ )	Diamètre maximal ( $\mu\text{m}$ )	Diamètre moyen ( $\mu\text{m}$ )	Ecart-type ( $\mu\text{m}$ )
17,0	22,3	18,5	1,5

**Tableau A.1 2** – Résultats de l'étude sur le diamètre des fibres

### *Longueur des fibres*

Monget a réalisé une première étude sur la longueur des fibres [Monget 2003]. Des lots de fibres ont été extraites d'échantillons des trois types définis précédemment, après pyrolyse. Leur longueur a été ensuite mesurée à l'aide d'un microscope optique. Cependant la lourdeur de cette analyse n'a pas permis d'étudier plus de 250 fibres. Il est apparu nécessaire, par la suite, de travailler sur un échantillon plus important de fibres afin d'obtenir une distribution des longueurs plus représentative. Une nouvelle procédure d'analyse a été mise en place. Des lots de fibres issus d'échantillons pyrolysés ont été photographiés via un microscope optique. Les



photos sont ensuite traitées à l'aide d'un programme sous Matlab qui permet en sortie d'obtenir les longueurs des fibres présentes sur la photo. L'avantage de cette procédure est de pouvoir traiter un grand nombre de photos. D'autre part, les mesures sont plus précises et permettent de traiter de manière identique les fibres courtes et les fibres longues. La longueur de fibres moyenne obtenue au sein du PP-FVC est de 1 mm avec un écart-type de 0.5 mm. La dispersion importante des longueurs de fibres observée peut s'expliquer par la rupture des fibres lors de l'injection.

#### *Fraction volumique de fibres*

Pour la détermination de la fraction volumique de fibre, il a été nécessaire de recourir à la microscopie optique et à l'analyse d'image (Figure A1. 6). L'analyse d'image permet de détecter les fibres. Le rapport de surfaces entre les zones colorisées correspondant à des fibres et les zones non colorisées permet d'estimer la fraction volumique de fibre. Les résultats sont synthétisés dans le **Tableau A.1 3**.



**Figure A1. 6** – Analyse d'image permettant de déterminer la fraction volumique de fibres

Fraction volumique de fibre	Valeur minimale (%)	Valeur maximale (%)	Valeur moyenne (%)	Ecart-type (%)
<b>Ech. Type 1</b>	10,21	17,74	13,24	1,59
<b>Ech. Type 2</b>	10,65	22,09	14,44	3,49
<b>Ech Type 3</b>	7,45	17,69	12,31	2,61

**Tableau A.1 3** – Variations de la fraction volumique de fibres au sein du PP-FVC

#### *Distance inter-fibres*

A partir des photos prises en microscopie optique et de l'analyse d'image, il est possible de déterminer la distance séparant 2 fibres (Figure A1. 7). Les résultats concernant les distances inter-fibres sont récapitulés dans le Tableau A.1 4.



**Figure A1. 7** – Analyse d'image permettant de déterminer la distance inter-fibres

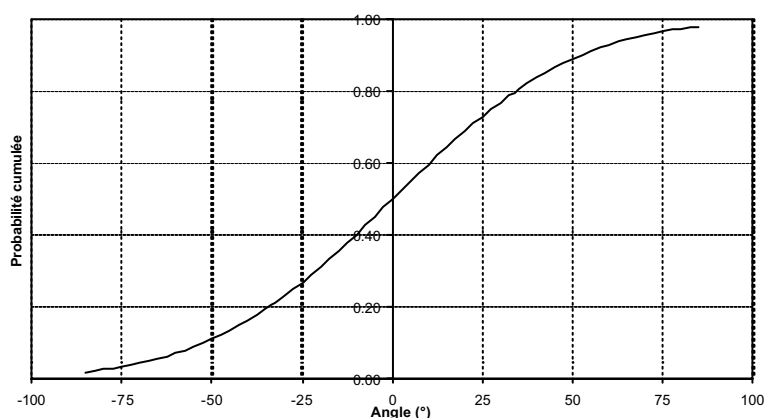
Distance Inter-fibres	Valeur minimale (μm)	Valeur maximale (μm)	Valeur moyenne (μm)	Ecart-type (μm)
Ech. Type 1	1,1	154,1	37,5	24,8
Ech. Type 2	1,1	182,8	41,8	30,6
Ech Type 3	1,1	233,2	37,9	28,7

**Tableau A.14** – Variations de la distance inter-fibres au sein du PP-FVC

#### Orientation des fibres

De la même manière que les deux analyses précédentes, un algorithme mathématique permet de déterminer l'orientation des fibres. A partir des photos traitées, le programme d'analyse d'images reconstitue l'orientation spatiale des fibres. Puisque celles-ci semblent toutes disposées dans un plan parallèle au plan d'injection, seule la désorientation ? par rapport à la direction d'injection est analysée.

Il est alors possible de tracer la distribution de l'orientation des fibres obtenue pour l'ensemble des photos analysées, c'est à dire plus de 100 photos prises dans toute l'épaisseur du matériau (Figure A1. 8).



**Figure A1. 8** – Orientation des fibres au sein du PP-FVC



## ANNEXE 2

# MATRICE JACOBienne DU COMPORTEMENT

Nous développons dans cette annexe le schéma d'intégration implicite de la loi de comportement générale. Celui-ci a été présenté brièvement au chapitre 6 § 4.3. Nous détaillons ici l'expression de la matrice jacobienne du comportement.

On rappelle que dans le cadre d'une intégration par schéma implicite d'une loi de comportement, nous devons résoudre le système suivant :

$$\underline{R} = \Delta \underline{v}_{int} - \underline{F}(\underline{v}_{int}(t_0) + \theta \Delta \underline{v}_{int}, t_0 + \theta \Delta t) \Delta t = \underline{0}$$

La matrice jacobienne s'écrit alors :

$$\underline{J} = \frac{\partial \underline{R}}{\partial \Delta \underline{v}_{int}}$$

Pour notre modèle, les résidus sont les suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{R}_{end} = \Delta \underline{\epsilon}^{end} + \Delta \underline{\epsilon}^{ve} + \Delta p \frac{M(\underline{\sigma} - \underline{X})}{J} - \Delta \underline{\epsilon} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_{end} = \underline{R}_{end} = \Delta \underline{\epsilon}^{end} + \Delta \underline{\epsilon}^{ve} - \Delta \underline{\epsilon} \\ \underline{R}_{ve} = \Delta \underline{\epsilon}^{ve} - \left( \underline{C}_0^{-1} \times \underline{\gamma} \right) \cdot \left( \underline{C}_0 \cdot \underline{\epsilon}^{end} \right) \Delta t + \left( \underline{C}_0^{-1} \times \left( \underline{\gamma} \times \underline{C}_\infty \right) \right) \cdot \left( \underline{\epsilon}^{end} + \underline{\epsilon}^{ve} \right) \Delta t \\ \underline{R}_{\alpha_f} = A_f^c - A_f \quad \text{si } A_f^c - A_f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_{\alpha_f} = \Delta \alpha_f \\ \underline{R}_p = \Delta p - \left( \frac{f}{K} \right)^n \Delta t \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_p = \Delta p \\ \underline{R}_\alpha = \Delta \underline{\alpha} - \Delta p \frac{M(\underline{\sigma} - \underline{X})}{J} + \Delta p \underline{D} \cdot \underline{\alpha} \quad \text{si } f \geq 0 \quad \text{sinon } \underline{R}_\alpha = \Delta \underline{\alpha} \end{array} \right.$$

Nous pouvons alors calculer le jacobien. Le calcul se fait par blocs en dérivant chaque terme de  $\underline{R}$  par rapport aux différents blocs de  $\Delta \underline{v}_{int}$ .

Le jacobien s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{ve}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \Delta p} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}} \\ \frac{\partial \underline{R}_{\text{ve}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{ve}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{ve}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{ve}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{ve}}}{\partial \Delta p} & \frac{\partial \underline{R}_{\text{ve}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}} \\ \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_f}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_f}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{ve}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_f}}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_f}}{\partial \Delta p} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha_f}}{\partial \underline{\Delta \alpha}} \\ \frac{\partial \underline{R}_p}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} & \frac{\partial \underline{R}_p}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{ve}}} & \frac{\partial \underline{R}_p}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} & \frac{\partial \underline{R}_p}{\partial \Delta p} & \frac{\partial \underline{R}_p}{\partial \underline{\Delta \alpha}} \\ \frac{\partial \underline{R}_{\alpha}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{ve}}} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha}}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha}}{\partial \Delta p} & \frac{\partial \underline{R}_{\alpha}}{\partial \underline{\Delta \alpha}} \end{pmatrix}$$

Par la suite, nous expliciterons les différents blocs de la matrice jacobienne.

Avant de poursuivre, nous définissons deux tenseurs utiles pour simplifier les écritures qui vont suivre :

$$\underline{n} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\underline{M} \cdot (\underline{\sigma} - \underline{X})}{J}$$

$$\text{et } \underline{N} = \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{1}{J} \left( \underline{M} - \frac{(\underline{M} \cdot (\underline{\sigma} - \underline{X})) \wedge (\underline{M} \cdot (\underline{\sigma} - \underline{X}))}{J^2} \right)$$

Nous noterons également  $\underline{\underline{I}}$  le tenseur identité d'ordre 4.

Enfin, rappelons que  $\frac{\partial \underline{v}_{\text{int}}}{\partial \Delta \underline{v}_{\text{int}}} = \underline{\theta} \quad \forall \underline{v}_{\text{int}}$ .

## Expression des différents blocs de la matrice jacobienne

Première ligne

$\underline{R}_{\text{end}} = \Delta \underline{\xi}^{\text{end}} + \Delta \underline{\xi}^{\text{ve}} + \Delta p \frac{\underline{M} \cdot (\underline{\sigma} - \underline{X})}{J} - \Delta \underline{\xi}$	$\underline{\underline{R}}_{\text{end}} = \underline{\underline{R}}_{\text{end}} = \Delta \underline{\underline{\xi}}^{\text{end}} + \Delta \underline{\xi}^{\text{ve}} - \Delta \underline{\xi}$
$\frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} = \underline{\underline{I}} + \Delta p \left( \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \times \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{\xi}^{\text{end}}} \right) \frac{\partial \underline{\xi}^{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\theta} \Delta p (\underline{N} \times \underline{C})$	$\frac{\partial \underline{\underline{R}}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{end}}} = \underline{\underline{I}}$
$\frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{ve}}} = \underline{\underline{I}}$	$\frac{\partial \underline{\underline{R}}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \xi}^{\text{ve}}} = \underline{\underline{I}}$
$\frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} = \Delta p \left( \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \times \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{\alpha}_f} \right) \frac{\partial \underline{\alpha}_f}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} = \underline{\theta} \Delta p \left( \underline{N} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\xi}^{\text{end}} \partial \underline{\alpha}_f} \right)$	$\frac{\partial \underline{\underline{R}}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}_f} = 0$
$\frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \Delta p} = \underline{n}$	$\frac{\partial \underline{\underline{R}}_{\text{end}}}{\partial \Delta p} = 0$
$\frac{\partial \underline{R}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}} = \Delta p \left( \frac{\partial \underline{n}}{\partial \underline{\sigma}} \times \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{\alpha}} \right) \frac{\partial \underline{\alpha}}{\partial \underline{\Delta \alpha}} = -\underline{\theta} \Delta p (\underline{N} \times \underline{C}_{\text{ecr}})$	$\frac{\partial \underline{\underline{R}}_{\text{end}}}{\partial \underline{\Delta \alpha}} = 0$

Deuxième ligne

$$\frac{\partial \tilde{R}_{ve}}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{end}} = \theta \Delta t \left( - \left( \tilde{C}^{-1} \times \tilde{\gamma} \right) \times \tilde{C} + \tilde{C}^{-1} \times \left( \tilde{\gamma} \times \tilde{C}_{\infty} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \tilde{R}_{ve}}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{ve}} = \tilde{I} + \theta \Delta t \tilde{C}^{-1} \times \left( \tilde{\gamma} \times \tilde{C}_{\infty} \right)$$

$$\frac{\partial \tilde{R}_{ve}}{\partial \Delta \alpha_f} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{R}_{ve}}{\partial \Delta p} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{R}_{ve}}{\partial \Delta \alpha} = 0$$

Troisième ligne

$R_{\alpha_f} = \Lambda_f^c - \Lambda_f$	$R_{\alpha_f} = \Delta \alpha_f$
$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{end}} = -\theta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha_f \partial \tilde{\epsilon}^{end}}$	$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{end}} = 0$
$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{ve}} = 0$	$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{ve}} = 0$
$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \alpha_f} = \theta \frac{\partial \Lambda_c}{\partial \alpha_f} - \theta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 \alpha_f}$	$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \alpha_f} = 1$
$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta p} = 0$	$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta p} = 0$
$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \alpha} = 0$	$\frac{\partial R_{\alpha_f}}{\partial \Delta \alpha} = 0$

## Annexe 2

### Matrice jacobienne du comportement

Quatrième ligne

$R_p = \Delta p - \left( \frac{f}{K} \right)^n \Delta t$	$R_p = \Delta p$
$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{end}} = -\theta \Delta t \frac{n}{K} \left( \frac{f}{K} \right)^{n-1} \tilde{n} \tilde{C}$	$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{end}} = 0$
$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{ve}} = 0$	$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{ve}} = 0$
$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \alpha_f} = -\theta \Delta t \frac{n}{K} \left( \frac{f}{K} \right)^{n-1} \tilde{n} : \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tilde{\epsilon}^{end} \partial \alpha_f}$	$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \alpha_f} = 0$
$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta p} = 1$	$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta p} = 1$
$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \alpha} = \theta \Delta t \frac{n}{K} \left( \frac{f}{K} \right)^{n-1} \tilde{n} \tilde{C}_{ecr}$	$\frac{\partial R_p}{\partial \Delta \alpha} = 0$

Cinquième ligne

$R_\alpha = \Delta \alpha - \Delta p \frac{M \cdot (\tilde{\sigma} - \tilde{X})}{J} + \Delta p D_\alpha \tilde{\alpha}$	$R_\alpha = \Delta \alpha$
$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{end}} = -\theta \Delta p \left( \tilde{N} \times \tilde{C} \right)$	$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{end}} = 0$
$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{ve}} = 0$	$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^{ve}} = 0$
$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \alpha_f} = -\theta \Delta p \left( \tilde{N} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tilde{\epsilon}^{end} \partial \alpha_f} \right)$	$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \alpha_f} = 0$
$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta p} = -\tilde{n} + D_\alpha \tilde{\alpha}$	$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta p} = 0$
$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \alpha} = \tilde{I} + \theta \Delta p (\tilde{N} \times \tilde{C}_{ecr}) + \theta \Delta p D_\alpha$	$\frac{\partial R_\alpha}{\partial \Delta \alpha} = \tilde{I}$





**RESUME :** Pour la réalisation de pièces de structure automobiles (poutre d'absorption de chocs, quart-avants, doublures d'aile...), les matériaux composites à matrice polypropylène renforcée de fibres de verre, continues ou coupées, sont pressentis. L'objet de cette étude est de proposer un modèle de comportement adapté à ces matériaux, capable de répondre de manière cohérente aux sollicitations statiques mais aussi dynamiques subies par ces pièces de structure. Deux matériaux différents ont été étudiés : un tissu et une matrice renforcée de fibres coupées.

Afin d'identifier les phénomènes dissipatifs au sein de ces matériaux et de mieux comprendre leur évolution avec la vitesse de sollicitation, une étude expérimentale a été menée incluant des observations microscopiques et des essais mécaniques à différentes vitesses de déformation comprises entre  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . Les essais réalisés à vitesse quasi-statique ( $<10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) sont des essais de traction, de compression, de charge-décharge et de traction-compression. L'étude en dynamique ( $\geq 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) consiste en la réalisation d'essais de traction. Une étude approfondie de cet essai complexe a par ailleurs été réalisée afin d'améliorer l'analyse des résultats.

Un modèle de comportement unifié, valable pour des sollicitations statiques et dynamiques, est ensuite proposé. Il prend en compte les phénomènes d'endommagement, de viscoélasticité et de viscoplasticité observés lors de l'étude expérimentale. Son écriture très générale permet de modéliser le comportement de nombreuses familles de matériaux composites. Il a été implémenté dans le code de calcul ZéBuLoN et identifié pour les deux matériaux étudiés.

Enfin, plusieurs essais de validation sont présentés, sur structures simples (flexion à différentes vitesses, choc multiaxial) mais aussi sur pièces industrielles (choc sur poutre d'absorption...).

**MOTS-CLES :** grande vitesse de déformation, polypropylène, fibres de verre, viscoélasticité, viscoplasticité, endommagement, modélisation.

**ABSTRACT :** For the making of automotive mechanical parts (shock absorbing beam, underbody shields, side panels ...) thermoplastics with polypropylene matrix reinforced with continuous or cut glass fibres are being used. The objective of this study is to develop a constitutive law adapted to those materials which describes, in a coherent manner, both the quasi-static and dynamic loadings undergone by those mechanical parts. Two different materials have been studied : a woven fabric and a polypropylene matrix reinforced with cut glass fibres.

In order to identify the major dissipative phenomena for each material and to better understand their evolution with strain rate, an experimental investigation has been performed including microscopic observations of the materials and mechanical tests at different strain rates between  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  and  $100 \text{ s}^{-1}$ . At low strain rate ( $<10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) tensile tests, compressive tests, loading-unloading tests and tensile - compressive tests have been carried out. At high strain rates ( $\geq 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ), only tensile tests have been performed. In order to improve the analysis of the high strain rate tensile tests results, a study of this complex test has been undertaken.

Then a unified behaviour model has been implemented which describes both quasi-static and dynamic loadings. It takes into account the dissipative phenomena of damage, viscoelasticity and viscoplasticity, which have been observed through the experimental investigation. It is very general and could be identified for many different composite materials. It has been implemented in the FEM code ZéBuLoN and identified for the two studied materials.

At last, some validation tests are presented, on simple parts (beam tests at different strain rates, impact tests on plates) but also on industrial parts (bumper impact).

**KEYS WORDS :** high strain rate, polypropylene, glass fibre, viscoelasticity, viscoplasticity, damage, modelling.